سجاد مختاری

پاسخنامه ۸ اردیبهشت

دوپینگ پلاس تجربی

چینش ۱

۵۸۴۱۷۱۰

پاسخنامه تشریحی

۱ . گزینه ۴ همه‌ی جمله‌های گفته شده، کاملاً درست می‌باشند.

۲ . گزینه ۲ فرایند تراوش فقط بر اساس اندازهٔ مواد رخ می‌دهد. مواد دفعی مثل اوره و مواد مفید مثل گلوکز هر دو می‌توانند در طی این فرایند از گلومرول خارج شده و وارد نفرون‌ها شوند.

۳ . گزینه ۴ چون ویژگی سمی بودن اوره از آمونیاک بسیار کمتر است، امکان انباشته شدن آن و دفع با فواصل زمانی امکان‌پذیر است.

۴ . گزینه ۲ رژیم غیر اصولی ← از دست دادن لایهٔ چربی اطراف کلیه ← افتادگی کلیه ← تاخوردگی میزنای (و نه نفرون یا گردیزه)
↓
(به هم خوردن هم‌ایستایی) نارسایی کلیه ← اختلال در دفع ادرار

۵ . گزینه ۱ به هر یک از هرم‌ها و ناحیهٔ قشری مربوط به آن، یک لپ کلیه گفته می‌شود.

۶ . گزینه ۴ همهٔ جمله‌های گفته شده در مورد نفرون‌ها، کاملاً صحیح و جمله‌های کتاب هستند.

۷ . گزینه ۱ سرخرگ وابران در واقع شریانی است که خون را از گلومرول یا همان کلافک می‌گیرد و به قسمت‌های دیگر نفرون می‌برد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

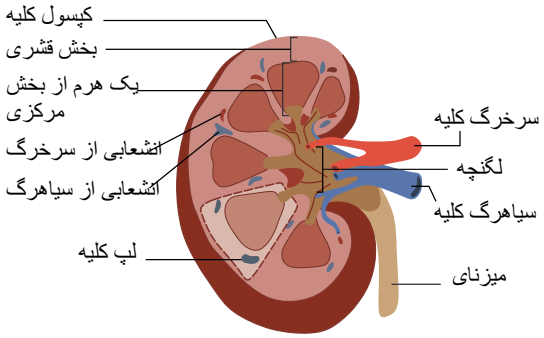
گزینهٔ ۲) به هر کلیه تنها یک انشعاب از سرخرگ آئورت وارد می‌شود؛ این سرخرگ کلیوی درون کلیه منشعب می‌شود.

گزینهٔ ۳) فعل این جمله را منفی کنید و آن را به عنوان یک نکته به خاطر بسپارید. در واقع اطراف لولهٔ جمع کنندهٔ ادرار هیچ نوع شبکهٔ مویرگی وجود ندارد.

گزینهٔ ۴) بافت چربی اطراف کلیه که در محل لگنچه نیز دیده می‌شود علاوه بر ضربه گیری در حفظ موقعیت کلیه‌ها نیز نقش دارد.

۸ . گزینه ۱

گزینهٔ ۱) با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان به این موضوع پی برد که سرخرگ بالاتر از سیاهرگ و در پایین میزنای وجود دارد.



گزینهٔ ۲) در این محل، پایین‌ترین و عقبی‌ترین بخش بین سرخرگ، سیاهرگ و میزنای، میزنای می‌باشد.

گزینهٔ ۳) تنها یک انشعاب از سرخرگ آئورت به کلیه وارد می‌شود و بعد از آن منشعب می‌شود.

ترتیب قرارگیری اجزای ورودی کلیه از عقب به جلو به این صورت است: میزنای - سرخرگ - سیاهرگ

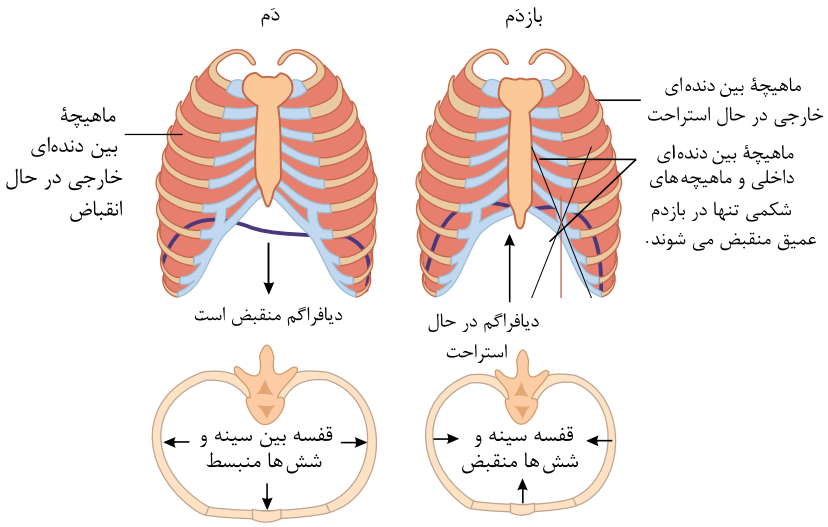
۹ . گزینه ۲ در فرایند تراوش هم مواد دفعی مثل اوره و هم مواد مفید مثل گلوکز و آمینواسیدها به گردیزه وارد می‌شوند.

۱۰ . گزینه ۲ فاصلهٔ کلیهٔ راست تا مثانه کمتر از فاصلهٔ کلیهٔ چپ تا مثانه است. به‌دلیل حضور کبد در سمت راست، کلیهٔ راست از کلیهٔ چپ پایین‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) تعداد لوب‌های شش راست بیش از تعداد لوب‌های شش چپ است (شش چپ = ۲ لوب - شش راست = ۳ لوب).

گزینهٔ ۳) اگر به شکل مقابل به هنگام دم نگاه کنید، نیمهٔ چپ دیافراگم پایین‌تر از نیمهٔ راست آن قرار دارد.



گزینهٔ ۴) اگر به شکل مقابل نگاه کنید، قطر رگ لنفی نیمهٔ راست که به سیاهرگ زیر ترقوه‌ای می‌پیوندد، کمتر از قطر رگ مشابه در نیمهٔ چپ است.

۱۴ . گزینه ۲ همان‌طور که در شکل صفحه ۳۶ کتاب درسی مشاهده میکنید، لوب بینایی بزرگ‌ترین بخش مغز در ماهی است؛ در حالی که لوب بویایی به پردازش پیام‌های عصبی تولید شده در گیرنده‌های بویایی می‌پردازد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در ماهی‌ها که گردش خون ساده دارند، خون ضمن یک بار گردش در بدن، یک بار از قلب دو حفره‌ای آن عبور می‌کند. از قلب دو حفره‌ای نیز خون تیره عبور میکند.

۳) کوسه ماهی از ماهیان غضروفی است که علاوه بر کلیه، دارای غدد راست روده‌ای است که محلول نمک بسیار غلیظ را به روده ترشح می‌کند.

۴)با توجه به شکل صفحه ۳۳ کتاب درسی یازدهم می‌توان پی برد که مژک‌های گیرنده‌های مکانیکی خط جانبی در ماهی‌ها اندازه متفاوت دارند.

۱۵ . گزینه ۲

در ارتباط با گردیزه دو شبکهٔ مویرگی وجود دارد. شبکهٔ اولی که گلومرول یا کلافک نام دارد و فقط خون روشن دارد و در بخش قشری کلیه قرار دارد و از انشعابات سرخرگی که از فواصل هرم‌ها عبور کرده است، به‌وجود می‌آید. شبکهٔ دوم یا دور لوله‌ای که هم خون روشن و هم خون تیره دارد و در بخش قشری و مرکزی قرار دارد و از سرخرگ وابران به‌وجود می‌آید.

ورود مواد به درون نفرون در بخش قشری گردیزه، در کپسول بومن و لوله‌های پیچ‌خوردهٔ دور و نزدیک قابل مشاهده است. در کپسول بومن با مکانیسم تراوش (بدون مصرف انرژی زیستی) و در لوله‌های پیچ‌خوردهٔ دور و نزدیک با مکانیسم ترشح، امکان این موضوع وجود خواهد داشت که می‌تواند با مصرف انرژی زیستی همراه باشد. بنابراین، هر دو نوع شبکهٔ مویرگی اول و دوم را در نظر بگیریم.

فقط در کلافک (گلومرول)، غلظت اکسیژن متصل به هموگلوبین تغییر قابل توجهی ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): بر اساس توضیحات، این مورد در ارتباط با تمامی شبکه‌های مویرگی صادق است.

گزینه (۳): در بخش پایین‌رو قوس هنله، سمت سیاهرگی شبکهٔ مویرگی مشاهده می‌شود و نه سیاهرگ کلیه.

گزینه (۴): دقت داشته باشید که گلومرول، از انشعابات سرخرگی به وجود می‌آید که از فواصل هرم‌ها عبور کرده است.

۱۶ . گزینه ۴

افزایش کربن دی‌اکسید، با گشاد کردن سرخرگ‌های کوچک میزان جریان خون را در آن‌ها افزایش می‌دهد؛ پس با کاهش مقدار این گاز، سرخرگ‌ها تنگ می‌شوند و برای تنگ شدن سرخرگ‌ها، انقباض یاخته‌های ماهیچه‌ای موجود در لایهٔ میانی رگ لازم است که مصرف انرژی زیستی را افزایش می‌دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): درصورت ناقص بودن دیوارهٔ بین دو بطن، خون تیره و روشن مخلوط شده و در نتیجه اکسیژن‌رسانی به بافت‌ها کاهش یافته و میزان ترشح اریتروپویتین افزایش می‌یابد و به دنبال آن، میزان تولید گویچه‌های قرمز (نیاز به فولیک‌اسید) بیشتر می‌شود.

گزینهٔ (۲): هیپوتالاموس در ساخت هورمون ضدادراری نقش دارد. هورمون ضدادراری با اثر بر کلیه‌ها، بازجذب آب را افزایش می‌دهد و به این ترتیب دفع آب از راه ادرار کاهش می‌یابد. کاهش ترشح این هورمون سبب افزایش میزان ادرار و کاهش حجم خوناب (افزایش هماتوکریت) می‌شود.

گزینهٔ (۳): اوریک‌اسید در نتیجهٔ سوخت‌وساز نوکلئیک‌اسیدها تولید می‌شود. رسوب آن باعث سنگ کلیه و نقرس (رسوب در مفاصل) می‌شود. در نقرس، رسوب اوریک‌اسید در مفصل‌ها باعث التهاب مفاصل می‌شود، یکی از اتفاقاتی که در التهاب می‌افتد، تولید پیک‌های شیمیایی توسط یاخته‌های دیوارهٔ مویرگ و بیگانه‌خوارهای بافتی، برای فراخوانی گویچه‌های سفید خون است.

۱۷ . گزینه ۳ منظور صورت سؤال پرندگان هستند که سنگ‌دان دارند. دقت کنید باید گزینه‌ای را انتخاب کنید که فقط در رابطه با برخی از پرندگان صحیح باشد. برخی از خزندگان و پرندگان دریایی و بیابانی که آب دریا یا غذای نمک‌دار مصرف می‌کنند، نمک اضافه را از طریق غدد نزدیک چشم یا زبان، به‌صورت قطره‌های غلیظ دفع می‌کنند. پس برخی از پرندگان برخلاف بیشتر خزندگان این قابلیت را دارند. طبق شکل ۱۳ صفحهٔ ۷۷زیست‌شناسی ۱، غدد نمکی پرندگان نزدیک چشم قرار دارد و از طریق مجرایی نمک اضافه را وارد منقار می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: همهٔ پرندگان برخلاف برخی از بی‌مهرگان، ساختار مشخص دفعی دارند.

گزینهٔ «۲»: همهٔ پرندگان همانند همهٔ خزندگان، کلیه‌ای با توانمندی بالایی در بازجذب آب دارند.

گزینهٔ «۴»: همهٔ پرندگان و همهٔ پستانداران سازوکار تهویه‌ای دارند.

۱۸ . گزینه ۳

افزایش بیش از حد اوریک‌اسید (مادهٔ زائد نیتروژن‌دار دفعی نامحلول) در صورت رسوب در مفاصل می‌تواند منجر به بیماری نقرس شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در صورت اختلال در ترشح هورمون ضدادراری (تولیدشده در نورون‌های ویژه‌ای در هیپوتالاموس)، فرد مقدار زیادی ادرار رقیق دفع می‌کند. بنابراین تعداد دفعات تخلیهٔ ادرار در فرد افزایش می‌یابد.

گزینه (۲): اگر غلظت مواد محلول در خوناب از حدِ مشخصی فراتر رَود (به‌طور مثال غلظت پروتئین‌های خوناب افزایش یابد)، مرکز تشنگی در هیپوتالاموس تحریک می‌شود که نتیجهٔ آن فعال شدن مرکز تشنگی و تمایل به نوشیدن آب و از طرفِ دیگر ترشح هورمون ضدادراری است.

گزینه (۴): منظور از بخش اول این گزینه، اوره است. ترکیب آمونیاک و دی‌اکسیدکربن در یاخته‌های کبدی (کبد و کلیه دارای توانایی تولید اریتروپویتین) منجر به تولید اوره می‌شود، بنابراین افزایش تولید اوره در ادرار می‌تواند ناشی از افزایش فعالیت یاخته‌های کبدی و افزایش تجزیهٔ آمینواسیدها باشد.

۱۹ . گزینه ۴ سرخرگی که خون را به کپسول بومن وارد می‌کند، سرخرگ آوران و سرخرگی که خون را از این بخش خارج می‌کند، سرخرگ وابران است. این رگ‌ها بعد از ورود و خروج به ترتیب شبکهٔ مویرگی اول (گلومرول) و شبکهٔ مویرگی دوم (شبکهٔ مویرگی دور لوله‌ای) را ایجاد می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) سرخرگ آوران و وابران دارای خون روشن می‌باشند.

گزینهٔ ۲) سرخرگ آوران انشعابی از سرخرگ‌های بین هرمی است، ولی منشأ سرخرگ وابران شبکهٔ مویرگی اول (گلومرول) می‌باشد.

گزینهٔ ۳) سرخرگ وابران نهایتاً تبدیل به شبکهٔ مویرگی دوم خواهد شد و این شبکه نیز در ارتباط با بخش‌های لوله‌مانند نفرون‌ها می‌باشد.

۲۰ . گزینه ۲ موارد «الف» و «د» صحیح هستند.

برخی خزندگان و پرندگان دریایی و بیابانی که آب دریا یا غذای نمک‌دار مصرف می‌کنند، می‌توانند نمک اضافه را از طریق غدد نمکی نزدیک چشم یا زبان، به‌صورت قطره‌های غلیظ دفع کنند.

بررسی موارد نادرست:

مورد ب) در پرندگان، ترشحات نمکی از طریق مجرایی به سمت نوک منقار آن حرکت می‌کند.

مورد ج) خزندگان و پرندگان، سامانهٔ گردش خون مضاعف دارند و خون روشن را از سطوح تنفسی به قلب بازمی‌گردانند.

مورد د) دوزیستان تنفس پوستی دارند. در این نوع تنفس شبکهٔ مویرگی زیر پوستی با مویرگ‌های فراوان وجود دارد و گازها با محیط اطراف از طریق پوست مبادله می‌شوند.

۲۱ . گزینه ۳ در پرندگان، به دلیل وجود کیسه‌های هوادار، کارایی تنفس نسبت به پستانداران افزایش یافته است.

ساختار کلیه در خزندگان و پرندگان مشابه است و در تمامی آن‌ها، توانایی بالایی در بازجذب آب دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) بخش حجیم انتهای مری چینه‌دان است که فقط درمورد پرندگان دانه‌خوار صادق است؛ نه همهٔ آن‌ها.

گزینهٔ ۲) برخی از خزندگان و پرندگان دریایی و بیابانی که آب دریا یا غذای نمک‌دار مصرف می‌کنند، نمک اضافی را از طریق غدد نمکی نزدیک چشم یا زبان به بیرون می‌رانند. بنابراین این گزینه درمورد تمامی پرندگان صادق نیست.

گزینهٔ ۴) در گردش خون ساده، خون اکسیژن‌دار به یکباره به تمام مویرگ‌های اندام‌های آن‌ها وارد می‌شود. پرندگان گردش خون مضاعف دارند.

۲۲ . گزینه ۱ خون از طریق سرخرگ آوران به کلافک (گلومرول) وارد می‌شود و از طریق سرخرگ وابران آن را ترک می‌کند. در گلومرول‌ها، همهٔ مواد موجود در خوناب به‌جز پروتئین‌ها از خون خارج‌شده و وارد کپسول بومن می‌شوند. بنابراین پروتئین‌های خوناب در سرخرگ آوران و وابران یکسان است؛ اما از آنجا که حجم خوناب کاهش یافته است، در نتیجه هماتوکریت (نسبت حجم یاخته‌های خونی به کل حجم خون) در سرخرگ وابران بیشتر می‌باشد و چون مقداری از مواد موجود در خوناب از طریق تراوش وارد کپسول بومن شده‌اند، مقدار آن‌ها در سرخرگ وابران کم‌تر از سرخرگ آوران است.

۲۳ . گزینه ۳ ماهیان آب شیرین معمولاً آب زیادی نمی‌نوشند و باز و بسته‌شدن دهان در ماهی قرمز تنها به منظور عبور آب و تبادل گازها در آبشش‌هاست. (درستی گزینهٔ «۳»).

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در ماهیان غضروفی که ساکن آب شور هستند، علاوه بر کلیه‌ها، غدد راست‌روده‌ای محلول نمک (سدیم‌کلرید) بسیار غلیظ را به روده ترشح می‌کنند. (نادرستی گزینهٔ «۱»)

گزینهٔ «۲»: در ماهیان آب شیرین جذب یون‌ها با انتقال فعال از آبشش‌ها صورت می‌گیرد. بنابراین این مورد برای هر دو گروه صادق است. (نادرستی گزینهٔ «۲»)

گزینهٔ «۴»: جذب نمک و یون‌ها با انتقال فعال از آبشش‌ها صورت می‌گیرد. این ماهی‌ها حجم زیادی از آب را به‌صورت ادرار رقیق دفع می‌کنند. در ماهیان آب شور برخی از یون‌ها از طریق آبشش و برخی توسط کلیه دفع می‌شوند. (نادرستی گزینهٔ «۴»)

۲۴ . گزینه ۴ هم ایستایی (هومئوستازی) مجموعه اعمالی است که برای پایدار نگه داشتن وضعیت درونی بدن انجام می‌شود. از این جمله کتاب «اگر وضعیت درونی بدن از تعادل خارج شود بعضی از مواد، بیش از حد لازم یا کمتر از حد لازم به یاخته‌ها می‌شود.» می‌توان چنین مفهومی برداشت کرد.

۱) ایستایی از ویژگی‌های اساسی همه ، (نه بسیاری از جانداران است

۲) دفع مواد زائد از جمله مواد زائد نیتروژن‌دار، یکی از فعالیت‌هایی است که برای پایدار نگه داشتن وضغیت بدن انسان انجام می‌شود و این اتفاق مانع از انباشه شدن مواد زائد نیتروژن‌دار می‌شود.کلیه‌ها در انسان نقش اصلی را در هم ایستایی دارند؛ اما دقت کنید تنها اندام انجام دهنده هم ایستایی نیستند. برای مثال شش‌ها هم با دفع کربن دی اکسید یکی از مواد زائد) در ایجاد هم ایستایی نقش دارند.

۳) اگر وضعیت درونی بدن از تعادل خارج شود بعضی از (نه تمامی) مواد بیش از حد لازم یا کمتر از حد لازم به یاخته‌ها می‌رسند و غلظت آنها در بدن دچار تغییر می‌شود. بسیاری نه برخی از بیماری‌ها بر اثر بر هم خوردن هم ایستایی به وجود می‌آیند.

۲۵ . گزینه ۲

اوره، فراوان‌ترین مادهٔ دفعی آلی ادرار و اوریک اسید ماده رسوب‌کننده در مفصل طی بیماری نقرس است.

دقت کنید که مواد زائد نیتروژن‌دار دفعی از طریق یاخته‌های گردیزه و مجرای جمع‌کننده به ادرار راه می‌یابند و در نهایت از بدن دفع می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): اوریک اسید انحلال‌پذیری زیادی در آب ندارد (نامحلول در آب)، بنابراین تمایل آن به رسوب کردن و تشکیل بلور زیاد است. رسوب بلورهای اوریک اسید در کلیه‌ها باعث ایجاد سنگ کلیه می‌شود.

گزینه (۳): کبد، آمونیاک (نوعی مادهٔ معدنی) را از طریق ترکیب آن با کربن‌دی‌اکسید (یکی از فرآورده‌های تنفس یاخته‌ای- نوعی ماده معدنی) به اوره تبدیل می‌کند.

گزینه (۴): آمونیاک ماده زائد نیتروژن‌دار معدنی حاصل از تجزیهٔ آمینواسیدها است، آمونیاک بسیار سمی بوده و تجمع آن در خون به مرگ سریع فرد می‌انجامد، اوره و اوریک اسید سمیت کمتری نسبت به آمونیاک دارند.

۲۶ . گزینه ۱ در دانهٔ رسیدهٔ ذرت، آندوسپرم خارج از رویان هنوز قرار دارد ولی در دانهٔ رسیدهٔ لوبیا، اندوختهٔ دانه (آندوسپرم) به‌صورت عمده توسط لپه‌های رویان هضم و جذب می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۲»: منظور از برگ‌های تغییر شکل یافته همان لپه‌هاست که در لوبیا محل ذخیره و انتقال مواد غذایی است و در ذرت نیز محل انتقال مواد غذایی از آندوسپرم به رویان است.

گزینهٔ «۳»: در همهٔ نهاندانگان (از جمله لوبیای دو لپه‌ای و ذرت تک‌لپه‌ای) پوستهٔ دانه که از پوستهٔ تخمک تمایز یافته است و ژنوتیپ گیاه مادر را دارد، از رویان محافظت می‌کند.

گزینهٔ «۴»: در نهاندانگان دانه توسط سلول‌هایی که حاصل تقسیم سلول تخم دیپلوئید است به تخمدان متّصل می‌شوند. به این ترتیب، این سلول‌ها ژنوتیپ مادر را ندارند، بلکه ژنوتیپ آن‌ها همانند گیاه جدید است.

۲۷ . گزینه ۳ از نظر علم ژن‌شناسی، ویژگی‌های ارثی جانداران را صفت می‌نامند.

از گزینه‌های مطرح شده، فقط گزینهٔ ۳ یک ویژگی است که توسط گامت‌ها به ارث می‌رسد، درنتیجه نوعی صفت در نظرگرفته می‌شود.

۲۸ . گزینه ۱ گروه خونی ABO یک صفت تک جایگاهی و دارای ۳ الل A و B و O است.

۲۹ . گزینه ۲ با توجه به مربع پانت داریم:

۴

	R	W
R	RR	RW
W	RW	WW

$RW \leftarrow$ صورتی

$RR \leftarrow$ قرمز

$WW \leftarrow$ سفید

۳ نوع ژنوتیپ و ۳ نوع فنوتیپ به‌وجود می‌آمد.

۳۰ . گزینه ۱ برای اینکه دختری در مورد یک بیماری وابسته به X نهفته، سالم باشد، باید حداقل یکی از والدین سالم باشند، در صورتی که پدر و مادر بیمار باشند، فرزندان آن‌ها همگی بیمار خواهند بود.

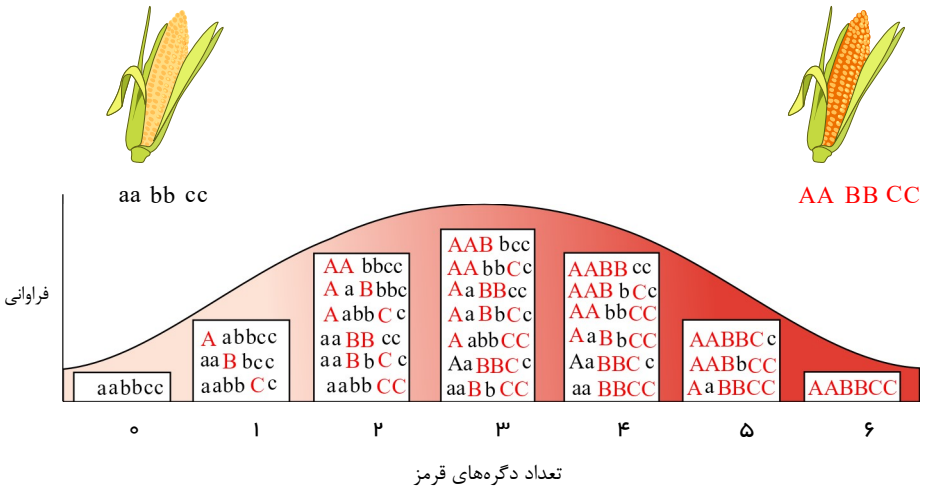
	X^h	Y
X^h	X^hX^h	X^hY
X^h	X^hX^h	X^hY

۳۱ . گزینه ۴ ژن‌نمود Bb از دو الل متفاوت تشکیل شده و رابطه‌ی غالب و مغلوبی (بارز و نهفتگی) بین آن‌ها برقرار است. بنابراین رخ‌نمود سیاه را بروز می‌دهد.

۳۲ . گزینه ۱ دختر بیمار دارای ژنوتیپ BB است که یک الل B را از پدر و الل B دیگر را از مادر خود دریافت کرده است. وجود یک الل B در مردان سبب بروز بیماری طاسی می‌شود. بنابراین قطعاً پدری طاس دارد (رد گزینهٔ «۳» و تأیید گزینهٔ «۱»)

از سوی دیگر مادر می‌تواند دارای ژنوتیپ BB و یا Bb باشد. فرد مؤنث تنها در حالت BB می‌تواند طاسی را بروز دهد. (رد گزینه‌های «۲» و «۴»)

۳۳ . گزینه ۱ از آمیزش دو ذرت با ژنوتیپ $AABBCC$ و $aabbcc$، ذرت‌هایی با ژنوتیپ $AaBbCc$ به‌وجود می‌آید و تعداد دگره‌های بارز نشان‌دهندهٔ رنگ قرمز است و طبق نمودار زیر، رخ‌نمود ذرت‌های حاصل بیشترین شباهت را از نظر رنگ با گزینهٔ ۱ دارند.



۳۴ . گزینه ۱ اگر پدر سالم باشد، دختر بیمار قطعاً ناخالص است؛ اما اگر پدر بیمار باشد، دختر می‌تواند بیمار خالص یا ناخالص باشد که وابسته به ژن‌نمود مادر است. دختر بیماری که از پدر سالم متولد شده است، دگرهٔ بیماری را از مادر خود به ارث برده است. به دلیل بارز بودن نوع بیماری، وجود تنها یک دگرهٔ بیماری منجر به بیمارشدن مادر می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲) ابتلای فرزند پسر خانواده به این بیماری، کاملاً وابسته به ژن‌نمود مادر است. به دلیل مشخص نبودن ژن‌نمود مادر نمی‌توان درمورد ابتلای فرزند پسر به بیماری نظر قطعی داد.

گزینهٔ ۳) مادر قطعاً دارای دگرهٔ بیماری است؛ اگر ژن‌نمود او به‌صورت ناخالص باشد، امکان تولد دختر سالم در بین فرزندان خانواده با توجه به سالم بودن پدر وجود دارد.

گزینهٔ ۴) اگر ژن‌نمود دختر بیمار به‌صورت خالص باشد، باید یکی از دگره‌های خود را از مادر دریافت کند، درنتیجه مادر بیماری داشته است؛ ضمناً در مورد ژن‌نمود مادر نمی‌توان نظر قطعی داد.

۳۵ . گزینه ۱ اگر دگرهٔ سفید را با W، دگره قهوه‌ای را با R، و دگره سیاه را با L نشان دهیم، از آنجا که هر جانور سفید رنگ ژن‌نمود خالص دارد، دگرهٔ سفید نسبت به دو دگرهٔ دیگر نهفته است و ژن‌نمود جانوران سفیدرنگ WW است. ژن‌نمودهای دیگری که در این جمعیت ممکن هستند عبارتند از: LW, LL, RW, RL, RR. از آنجا که دگرهٔ سیاه تنها در نیمی از انواع ژن‌نمودهای ناخالص (LW, LR) اثر خود را ظاهر می‌کند، باید در نظر گرفت که دگرهٔ سیاه نسبت به دگرهٔ قهوه‌ای نهفته است. پس دگره قهوه‌ای بر دو دگره دیگر بارز است.

پس ژن‌نمودهای جانوران دارای پوست قهوه‌ای‌رنگ شامل RR, RL و RW ژن‌نمود جانوران دارای پوست سیاه‌رنگ شامل LL و LW است.

ژن‌نمودهای ناخالص در این جمعیت RW, RL و LW است که آمیزش دو جانور ناخالص با رنگ پوست متفاوت به دو حالت زیر ممکن است:

الف) آمیزش RL (قهوه‌ای) و LW (سیاه)؛ در این صورت زاده‌ها دارای ژن‌نمودهای RL (قهوه‌ای)، RW(قهوه‌ای)، LL (سیاه) و LW (سیاه) هستند.

ب) آمیزش RW (قهوه‌ای) و LW (سیاه)؛ در این صورت زاده‌ها دارای ژن‌نمودهای RL (قهوه‌ای)، RW (قهوه‌ای)، LW (سیاه) و WW (سفید) هستند.

با توجه به توضیحات فوق، تولد جانوری خالص و دارای پوست قهوه‌ای‌رنگ (RR) از والدهایی با ژن نمود ناخالص که رنگ متفاوتی دارند، غیر ممکن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: طبق حالت‌های الف و ب، تولد جانوری ناخالص و دارای پوست سیاه‌رنگ (LW) ممکن است.

گزینه «۳»: طبق حالت‌های الف و ب، تولد جانوری ناخالص و دارای دگره سفیدرنگ (LW, RW) ممکن است.

گزینه «۴»: طبق حالت الف، تولد جانوری خالص و فاقد دگرهٔ سفیدرنگ (LL) ممکن است.

۳۶ . گزینه ۳ والدینی که دارای ژن‌نمود Dd هستند، از نظر Rh، مثبت هستند، ولی فرزندی که دارای ژن‌نمود dd باشد، از نظر Rh، منفی می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اگر از هر دو والد گامت‌های D با یکدیگر لقاح پیدا کنند، ژن‌نمود فرزند DD خواهد بود که با ژن‌نمود والدین (Dd) متفاوت است.

گزینهٔ «۲»: اگر از یک والد گامت D و از والد دیگر گامت d با یکدیگر لقاح پیدا کنند، ژن‌نمود فرزند مشابه والدین (Dd) و رخ‌نمود نیز مانند والدین به‌صورت Rh مثبت خواهد بود.

گزینهٔ «۴»: اگر از هر والد یک گامت در لقاح شرکت کند، هر فرزندی که متولد می‌شود، دارای یکی از سه ژن‌نمود مربوط به این صفت یعنی DD، Dd و dd می‌باشد.

۳۷ . گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در صفت وابسته به X نهفته، زن بیمار به‌طور حتم پدر بیمار داشته است.

گزینهٔ «۲»: اگر پسری با گروه خونی منفی متولد شود ممکن است والدین او dd (خالص) و یا Dd (ناخالص باشند).

گزینهٔ «۳»: افرادی با گروه خونی AB دارای رابطه هم‌توانی بین دگره‌های خود هستند.

گزینهٔ «۴»: پسر مبتلا به بیماری وابسته به X نهفته، کروموزوم Y خود را از پدر و کروموزوم X خود را از مادر به ارث می‌برد؛ پس مادر باید دگرهٔ بیماری را داشته باشد تا پسر بیمار باشد.

۳۸ . گزینه ۴ همهٔ موارد عبارت را به‌درستی تکمیل می‌کنند.

بررسی همهٔ موارد:

«الف» در پوستهٔ دانه به مقدار زیادی ترکیبات پکتینی وجود دارد که توانایی جذب آب دارند.

«ب» رایج‌ترین بافت زمینه‌ای، بافت نرم آکنه‌ای است که به فراوانی در دانه گیاه دیده می‌شود.

«ج» حین رویش دانه، رویان با تقسیمات میتوزی رشد کرده و دانه رست را پدید می‌آورد.

«د» پوسته ژنوتیپ و فنوتیپ همانند والد ماده دارد، زیرا از پوستهٔ تخمک منشأ گرفته است.

۳۹ . گزینه ۲ مورد سوال درباره ژن‌های چند اللی (مثلاً ژن‌های گروه خونی ABO) می‌باشد؛ زیرا در حالتی می‌توان ۳ الل متفاوت در بین دو فرد (والدین) مشاهده نمود که حداقل یکی از آنان دو الل متفاوت (هتروزیگوس) داشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: زیرا ممکن است الل مغلوب (نهفته) در جمعیت فراوانی بیشتری داشته باشد مانند الل O که نسبت به A و B مغلوب است اما فراوانی O در جوامع امروزی بیشتر است. در صورتی فراوانی یک الل در جمعیت بیشتر می‌شود که آن الل صفتی را ایجاد کند که با محیط سازگارتر باشد.

گزینه ۳: در حالتی که والدین دارای ۲ الل هتروزیگوس باشند وجود فرزندان بدون الل ۲ نیز امکان‌پذیر است. $(۲,۳ \times ۲,۱)$

گزینه ۴: زیرا ممکن است حالتی از ترکیب دو الل مغلوب ۳ از هر والد پیش بیاید و درنتیجه صفت مربوط به الل ۳ ظهور پیدا می‌کند، در حالتی که بارز هم نیست. مانند $(۲,۳ \times ۳,۱)$ (که در مثال مذکور ۳ مغلوب و ۱ و ۲ بارز فرض شده است.)

۴۰ . گزینه ۲ موارد ب و د صحیح است.

منظور از خانواده‌ای که در آن هریک از والدین برای گروه خونی ABO دو نوع دگره دارند و تنها در یک دگره اشتراک دارند خانواده‌ای است که در آن والدین به‌صورت $AO \times AB$ یا $AO \times BO$ و $BO \times AB$ می‌باشند و همان‌طور که مشخص است در هریک از سه حالت ذکر شده در والدین دو نوع دگره مشاهده می‌شود که تنها یک نوع از دگره‌ها بین آن‌ها مشترک است. مثلاً در خانواده‌ای که والدین $AO \times AB$ می‌باشند دگرهٔ مشترک A و در خانواده‌ای که والدین $BO \times AB$ می‌باشند دگرهٔ مشترک B است و همچنین در خانواده‌ای که در آن والدین $AO \times BO$ هستند دگرهٔ مشترک O می‌باشد.

بررسی همهٔ موارد:

الف): در خانواده‌ای که والدین $AO \times AB$ می‌باشند ممکن است زاده‌ای با ژن‌نمود BO و رخ‌نمود B متولد شود که رخ‌نمود این زاده مشابه هیچ‌یک از والدین نخواهد بود.

ب): چون هر زاده با رخ‌نمود هم‌توان یعنی زاده‌ای که دارای گروه خونی AB است دارای دو نوع دگره متفاوت می‌باشد.

ج): در حالتی که والدین به‌صورت $AO \times AB$ هستند احتمال تولد زاده‌ای خالص با ژن‌نمود AA و رخ‌نمود A وجود دارد که رخ‌نمود این زاده شبیه به یکی از والدین است و نمی‌توان گفت که هر زادهٔ خالص، رخ‌نمودی متفاوت با والدین خواهد داشت.

د): هر زاده با رخ‌نمود مشابه یکی از والدین [یعنی زاده‌ای که گروه خونی A، AB یا B دارد] حداقل یک نوع دگرهٔ بارز خواهد داشت.

۴۱ . گزینه ۳ ژن‌نمود مرد فاقد فاکتور انعقادی هشت و فاقد کربوهیدرات‌های B و A و پروتئین D کاملاً مشخص بوده و به‌صورت $X^h yOOdd$ می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱ به‌علت آنکه در مورد صفت اندازهٔ برگ گل میمونی اطلاعاتی در دست نداریم، گزینه ۲ به‌علت آنکه ژن‌نمود نوزاد با انعقاد خون طبیعی ممکن است دختری با ژن‌نمود $X^H X^H$ یا $X^H X^h$ یا حتی پسری با ژن‌نمود $X^H Y$ باشد و گزینه ۴ ژن‌نمود زن، دارای کربوهیدرات A و پروتئین D در غشای گویچهٔ قرمز است، ممکن است ژن‌نمود AA یا AO برای گروه خونی ABO و ژن‌نمود DD یا Dd برای Rh داشته باشد و کاملاً مشخص نیست.

۴۲ . گزینه ۳ مرد دارای دو نوع دگرهٔ بارز برای گروه‌های خونی بوده و روی بزرگترین فام‌تن خود دو دگرهٔ نهفته برای گروه‌های خونی دارد، یعنی لزوماً دارای ژن‌نمود $ABdd$ است و با توجه به اینکه زن دارای کربوهیدرات B و پروتئین D بوده یعنی B^+ می‌باشد و فرزندی A^- دارد $BODd$ یا $BBDd$ است و ژن‌نمود والدین در این خانواده به‌صورت $ABdd \times BODd\ (BBDd)$ () می‌باشد و در این خانواده احتمال تولد زاده‌های ناخالص بیشتر از زاده‌های خالص است؛ بنابراین در این خانواده نمی‌توان گفت احتمال تولد زاده‌های ناخالص کمتر از زاده‌های خالص می‌باشد و گزینه ۳ پاسخ موردنظر سوال است اما چون گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ به‌علل زیر محتمل‌اند پاسخ تست محسوب نمی‌شوند:

هریک از زاده‌های خانوادهٔ مورد سوال لزوماً دارای نوعی دگره بارز می‌باشند چون با توجه به اینکه پدر خانواده گروه خونی AB دارد حتماً یکی از دگره‌های B یا A به زاده‌ها منتقل می‌شود [تأیید گزینهٔ ۱]؛ ضمناً هر زاده با دگرهٔ بارز روی فام‌تن شماره ۱ خود یعنی هر زاده دارای دگرهٔ D است و لزوماً حداقل دارای یکی از دگره‌های B یا A خواهد بود پس حداقل دارای دو دگرهٔ بارز می‌باشد [تأیید گزینه‌های ۱ و ۲] و هر زاده با دو دگرهٔ نهفته برای Rh لزوماً دارای انواعی از آنزیم‌ها برای گویچه قرمز است یعنی حداقل یکی از آنزیم‌های B یا A را برای تولید یکی از

کربوهیدرات‌های B یا A دارد و به‌طور کلی تمامی سلول‌ها دارای آنزیم‌های متنوع و زیادی در سیتوپلاسم هستند. [تأیید گزینهٔ ۴]

۴۳ . گزینه ۲ موارد سوم و چهارم، به نادرستی بیان شده‌اند.

W= الل سفیدی چشم R= الل قرمزی چشم

ماده‌ها دیپلوئید هستند؛ درنتیجه مادهٔ چشم صورتی ژنوتیپ RW و نرها هاپلوئیداند، پس ژنوتیپ W دارند.

بررسی موارد:

مورد ۱- زاده‌های حاصل از بکرزایی نر هستند و در اثر تقسیم میوز در والد ماده پدید می‌آیند؛ با توجه به ژنوتیپ ماده، نرها می‌توانند سفید یا قرمز باشند. درنتیجهٔ لقاح میان والدین، احتمال تولد زاده‌ای ماده با ژنوتیپ WW وجود دارد.

مورد ۲- فنوتیپ ماده‌ها می‌تواند به‌صورت سفید یا صورتی باشد (WW یا RW).

مورد ۳- نر چشم قرمز نیز می‌تواند درنتیجهٔ بکرزایی متولد شود.

مورد ۴- نرها هاپلوئید هستند و فقط یک نوع گامت از طریق میتوز ایجاد می‌کنند.

۴۴ . گزینه ۲

موارد ب و د صحیح و موارد الف و ج نادرست است.

بررسی همهٔ موارد:

الف- اگر پدر بیمار باشد و پسر هیچ آللی از بیماری نداشته باشد قطعا بیماری وابسته به X می‌باشد زیرا در بیماری‌های وابسته به X پدر Y خود را و مادر X خود را به پسر منتقل می‌کند. چون پسر هیچ آلل بیماری ندارد پس آلل بیماری مربوط به X پدر است که به پسر منتقل نمی‌شود. اما باید بیماری مستقل از جنس هم در نظر داشته باشید. در بیماری مستقل از جنس بارز، پسر می‌تواند فاقد علائم بیماری باشد.

ب- اگر بیماری وابسته به X یا وابسته به جنس باشد در هر صورت پسر یک X و یک Y خواهد داشت. حال اگر پسری واجد دو آلل یکسان مربوط به نوعی بیماری باشد پس حتما بیماری وابسته به X نبوده و مستقل از جنس است.

ج- دختری سالم با دو آلل متفاوت به معنای دختری ناقل است که هم می‌تواند وابسته به X باشد و آلل بیماری را از X پدر و آلل سالم را از X مادر دریافت کرده است. می‌تواند مستقل از جنس باشد و آلل بیماری را از پدر و آلل سالم را از مادر دریافت کند. پس به‌طور حتم نمی‌توان گفت این بیماری وابسته به X است.

د- اگر دختری بخواهد ژنوتیپی شبیه پدر خود داشته باشد، باید بیماری مستقل از جنس باشد، زیرا اگر وابسته به X یا وابسته به جنس باشد پدر یک X و یک Y خواهد داشت که به هیچ عنوان ژنوتیپ دختر و پدر یکسان نخواهد شد.

۴۵ . گزینه ۳ در صورتی که صفتی دو اللی با رابطهٔ بارز و نهفتگی را فرض کنیم (مثل گروه خونی Rh)، ژنوتیپ‌های مشاهده‌شده در جامعه شامل DD، Dd و dd است (۳ نوع)؛ و اگر صفتی دو اللی با رابطهٔ بارزیت ناقص را فرض کنیم مثل رنگ گلبرگ گل میمونی، ژنوتیپ‌های مشاهده‌شده در جامعه شامل RR، RW و WW است (۳ نوع). بنابراین در صورت وجود رابطه بارز و نهفتگی بین دو دگره (الل) نسبت به رابطه بارزیت ناقص، تعداد ژن‌نمود (ژنوتیپ)های برابری در جامعه قابل مشاهده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در صورتی که صفتی دو اللی با رابطهٔ بارز و نهفتگی را فرض کنیم (مثل گروه خونی Rh)، ژنوتیپ‌های مشاهده‌شده در جامعه شامل DD، Dd و dd است (۳ نوع)؛ و دو نوع فنوتیپ Rh مثبت و منفی در جمعیت دیده می‌شود. بنابراین تعداد الل‌ها (دو نوع d و D) با تعداد فنوتیپ‌ها (مثبت و منفی) برابر است.

گزینهٔ (۲): برای گروه خونی ABO در جمعیت ۳ نوع الل (ABO) وجود دارد. در صورتی که گروه خونی فردی AB باشد، اثر هر دو الل A و B نمایان می‌شود.

گزینهٔ (۴): برای گروه خونی اصلی در جمعیت ۳ نوع الل (ABO) وجود دارد. اما در دنای هر فرد حداقل یک نوع و حداکثر دو نوع از الل‌ها می‌تواند وجود داشته باشد.

۴۶ . گزینه ۴ با استفاده از قانون دوم نیوتون در هر مرحله داریم:

$mg - T_۱ = ma_۱ \Rightarrow T_۱ = m(g - a_۱) \Rightarrow k(L_۱ - L_۰) = m(g - a_۱)$ (۱) وقتی آسانسور پایین می‌رود

$T_۲ - mg = ma_۲ \Rightarrow T_۲ = m(g + a_۲) \Rightarrow k(L_۲ - L_۰) = m(g + a_۲)$ (۲) وقتی آسانسور بالا می‌رود

$$\xrightarrow[a_۱=a_۲=a]{(۱),(۲)} k(L_۲ - L_۰) - k(L_۱ - L_۰) = m(g + a) - m(g - a) \Rightarrow k(L_۲ - L_۱) = ۲ma$$

$$\Rightarrow k(L_۲ - L_۱) = ۲ma \Rightarrow k = \frac{۲ma}{L_۲ - L_۱} = \frac{۲ \times ۲ \times ۲}{(۱۶ - ۱۴) \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow k = ۴۰۰ \frac{N}{m}$$

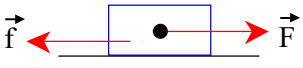
۴۷ . گزینه ۳ ابتدا با استفاده از معادله‌ی سرعت – زمان جسم، سرعت آن را در لحظه‌ی قطع نیروی $\vec{F}$ بدست می‌آوریم.

$$v = ۲t + ۳ \xrightarrow{t=۳s} v = ۲ \times ۳ + ۳ = ۹ \frac{m}{s}$$

پس از قطع نیروی $\vec{F}$، تنها نیروی اصطکاک به جسم شتاب می‌دهد و می‌توان نوشت:

$$v = a't + v_۰ \Rightarrow ۰ = a' \times ۶ + ۹ \Rightarrow a' = -۱٫۵ \frac{m}{s^۲}$$

$$-f = ma' \Rightarrow -f = ۲ \times (-۱٫۵) \Rightarrow f = ۳N$$



با توجه به معادله‌ی سرعت – زمان جسم، در $۳s$ اول حرکت، شتاب جسم برابر $۲ \frac{m}{s^۲}$ بوده است، بنابراین با توجه به شکل بالا داریم:

$$\sum F = ma \Rightarrow F - f = ma \Rightarrow F = ۳ + ۲ \times ۲ = ۷N$$

۴۸ . گزینه ۴ ابتدا اندازه‌ی شتاب گرانی را درفاصله‌ی $۳R_e$ از سطح زمین محاسبه می کنیم، داریم:

$$g = G\frac{M_e}{r^۲} \Rightarrow \frac{g_h}{g_۰} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^۲ \xrightarrow[h=۳R_e]{g_۰=۱۰ \frac{m}{s^۲}} \frac{g_h}{۱۰} = \left(\frac{R_e}{۴R_e}\right)^۲ \Rightarrow g_h = \frac{۱۰}{۱۶} \frac{m}{s^۲}$$

برای محاسبه‌ی اندازه‌ی وزن جسم دراین ارتفاع خواهیم داشت:

$$W_h = mg_h = ۳۶ \times \frac{۱۰}{۱۶} = ۲۲٫۵N$$

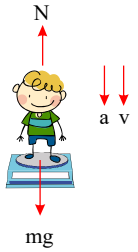
۴۹ . گزینه ۳ با استفاده از رابطهٔ تکانه، سرعت متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$p = mv \rightarrow ۶ = ۲v \rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

سپس با استفاده از رابطهٔ انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \rightarrow K = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۳)^۲ = ۹J$$

۵۰ . گزینه ۲ این مثال شبیه یک آسانسور فرضی است که با شتاب تند شونده $۱m/s^۲$ به سمت پایین شروع به حرکت می کند در اینصورت ترازو همان وزن ظاهری را نشان می دهد، که کمتر از وزن واقعی شخص است.

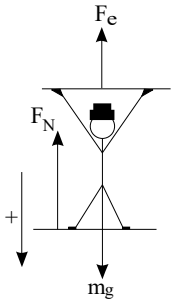


$$mg - F_N = ma$$
$$۶۰۰ - F_N = ۶۰ \times ۱ \Rightarrow F_N = ۵۴۰N$$

۵۱ . گزینه ۳ نیروهای وارد بر شخص را مشخص می‌کنیم. شخص فنر را به سمت پایین می‌کشد. بنابراین مطابق قانون سوم نیوتون عکس‌العمل این نیرو به شخص و به سمت بالا وارد می‌شود.

$$F_e = k\Delta x \xrightarrow[k=۵۰۰\frac{N}{m}]{\Delta x = ۱۵cm = ۰٫۱۵m} F_e = ۵۰۰ \times ۰٫۱۵ = ۷۵N$$

با در نظر گرفتن جهت مثبت حرکت به سمت پایین، با نوشتن قانون دوم نیوتون خواهیم داشت:



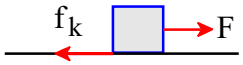
$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_N - F_e = ma$$
$$\Rightarrow ۶۰۰ - N - ۷۵ = ۶۰ \times ۲ \Rightarrow N = ۴۰۵N$$

۵۲ . گزینه ۲ می‌دانیم نیروی فنر، همان نقش وزن ظاهری جسم را بر عهده دارد. یعنی $(F_e = F_N)$ پس با نوشتن قانون دوم نیوتون و جهت شتاب در هر مرحله داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \text{آسانسور تند شونده بالا میرود} : F_۱ = m(g+a) = m(۱۰+۲) = ۱۲m \\ \text{آسانسور تند شونده پایین میرود} : F_۲ = m(g-a) = m(۱۰-۲) = ۸m \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = \frac{۸m}{۱۲m} = \frac{۲}{۳}$$

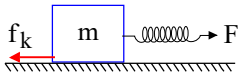
۵۳ . گزینه ۳

در اینجا نیروی F بعنوان محرک و نیروی اصطحکاک F_k بعنوام مقاوم عمل می‌کند، بنابراین داریم:



$$F - f_k = ma \Rightarrow \begin{cases} ۶ - f_k = m \times ۱٫۶ \\ ۱۲ - f_k = m \times ۲ \end{cases} \Rightarrow m = ۱۵kg$$

۵۴ . گزینه ۱ وقتی جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب حرکت صفر، یعنی نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. یعنی:



$$F_{net} = ma$$
$$F_e - f_k = ۰ \Rightarrow F_e = f_k$$

$$k\Delta x = \mu mg \Rightarrow ۵۰ \times ۰٫۱ = \mu \times ۵۰ \Rightarrow \mu = ۰٫۱$$

۵۵ . گزینه ۴

نیروی موثر وارد بر جسم، برایند دو نیروی وزن و مقاومت هوا است. بنابراین داریم:

$$\Delta p = F \cdot \Delta t \Rightarrow ۱ = (mg - f_D)\Delta t \Rightarrow ۱ = (۱ - f_D) \times ۲ \Rightarrow f_D = ۰٫۵N$$

۵۶ . گزینه ۲ ابتدا اندازهٔ نیروی برایند افقی وارد بر جسم را به دست می‌آوریم. داریم:

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ = (۳\vec{i} + m\vec{j}) + (۳\vec{i} - ۶\vec{j}) = ۶\vec{i} + (m-۶)\vec{j}$$
$$F_{net} = \left|\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲\right| = \sqrt{۶^۲ = (m-۶)^۲}$$

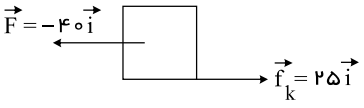
مطابق قانون دوم نیوتون، نیروی برایند وارد بر جسم به آن جسم شتابی متناسب و هم‌جهت با نیرو می‌دهد.

$$F_{net} = ma \Rightarrow \sqrt{۶^۲ + (m-۶)^۲} = ۴ \times ۲٫۵$$
$$\Rightarrow ۳۶ + (m-۶)^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow (m-۶)^۲ = ۶۴$$

$\Rightarrow m-۶=\pm ۸ \Rightarrow m=۱۴$ یا $m=-۲$

۵۷ . گزینه ۲ با توجه به نمودار، $۴۰N > ۳۰N$ و جسم از حالت سکون خارج شده، در حال حرکت است؛ پس ابتدا شتاب حرکت جعبه را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{a}=\frac{-۴۰\vec{i}+۲۵\vec{i}}{۵}=-۳\vec{i}$$



با استفاده از رابطهٔ محاسبهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av}=at_{av}+v_{\circ} \Rightarrow v_{av}=-۳\times(\frac{۰+۴}{۲})+۰=-۶\,m/s \Rightarrow \vec{v}_{av}=-۶\,(m/s)\vec{i}$$

۵۸ . گزینه ۴ با توجه به قانون دوم نیوتون برحسب تکانه برای نیروی ثابت، داریم:

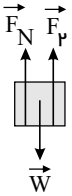
$$\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vec{p}=\vec{F}_{net}\Delta t \Rightarrow \Delta p=-۵\times ۲ \Rightarrow \Delta p=-۱۰\,kg\cdot m/s$$

$$\Rightarrow p_۲-p_۱=-۱۰ \Rightarrow p_۲-۴\times ۱۰=-۱۰ \Rightarrow p_۲=۳۰\,kg\cdot m/s$$

۵۹ . گزینه ۱

ابتدا معادلهٔ نیروی عمودی سطح را بدست می آوریم، داریم:

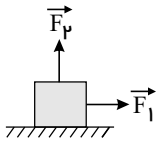
$$(\vec{F_{net}})_y=۰ \Rightarrow \vec{F}_N+\vec{F_۲}+\vec{W}=۰ \Rightarrow \vec{F}_N=-\vec{W}-\vec{F_۲}$$



$$\xrightarrow[\vec{W}=-mg\vec{j}]{\vec{F_۲}=(۸-t)\vec{j}} \vec{F}_N=mg\vec{j}-(۸-t)\vec{j} \xrightarrow{mg=۱۸N} \vec{F}_N=(۱۰+t)\vec{j}$$

اکنون لحظه ای که جسم در آستانهٔ حرکت قرار می گیرد را به دست می آوریم:

$$F_۱=f_{s,max}$$



$$\xrightarrow[F_N=۱۰+t,\mu_S=۰/۵]{f_{s,max}=\mu_s F_N,F_۱=۳t} ۳t=۰/۵(۱۰+t) \rightarrow t=\frac{۵}{۲/۵}=۲s$$

پس از لحظهٔ $t=۲s$، اصطکاک بین جسم و سطح از نوع جنبشی خواهد شد و در این حالت نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

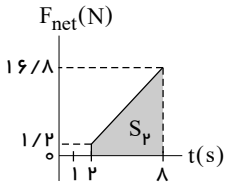
$$F_{net}=F_۱-\mu_k F_N=۳t-۰/۴(۱۰+t) \Rightarrow F_{net}=۲/۶t-۴$$

اکنون نمودار نیروی خالص بر حسب زمان را برای این جسم می کشیم.

دقت شود تا لحظهٔ $t=۲s$، چون جسم در حال سکون است، بنابراین نیروی خالص وارد بر آن برابر صفر است. با توجه به این که سطح محصور بین نمودار نیروی خالص و زمان برابر با تغییر تکانه است، داریم:

$$(\Delta p)_{۲s-۸s}=s_۲=\frac{(۱/۲+۱۶/۸)\times ۶}{۲}=۵۴kg\cdot m/s$$

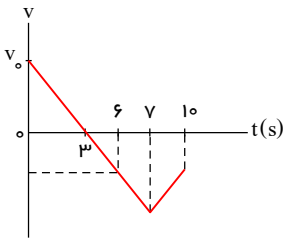
$$\xrightarrow[p_{t=۸s}=mv,m=۱/۸kg]{p_{t=۲s}=۰} ۱/۸v=۵۴ \Rightarrow v=۳۰m/s$$



۶۰ . گزینه ۳ قدم اول: ابتدا حرکت متحرک را در مدت $۱۰s$ تحلیل می‌کنیم. ابتدا $(v_{\circ}>۰)$ و اندازهٔ شیب خطوط در بازهٔ زمانی صفر تا $۳s$ و $۳s$ تا $۷s$ برابر است. تندی یعنی اندازهٔ سرعت. از صفر تا $۳s$ مقدار سرعت کاهش یافته و سپس با همان آهنگ مقدار آن افزایش یافته است چون $(v_{\circ}>۰)$ است فقط یک حالت ممکن است:

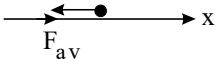
و در بازهٔ زمانی $۷s$ تا $۱۰s$ مجدداً مقدار سرعت با همان آهنگ $a=$ عدد ثابت <۰، $(v_{\circ}>۰)$ کاهش می‌یابد.

قدم دوم: با توجه به مطلب بیان شده می‌توان نمودار سرعت - زمان را به طور کیفی رسم نمود:



قدم سوم: به سادگی می‌توان فهمید که در $t = ۶s$ ، $v = -v_{۰}$. بنابراین در بازهٔ زمانی صفر تا $۶s$:

$$F_{av} = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{m((-v) - (+v_{۰}))}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = -۲\frac{mv_{۰}}{\Delta t} < ۰ \Rightarrow$$

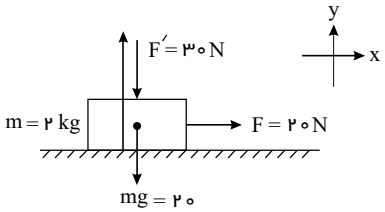


قدم چهارم: شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر شتاب لحظه‌ای است و شتاب لحظه‌ای هم با نیروی خالص وارد بر جسم هم‌سو و هم‌جهت است.

۶۱ . گزینه ۱

$$\Delta p = F_{net} \times \Delta t$$

در مورد حرکت جسم مطلبی بیان نشده است. بنابراین ابتدا بررسی می‌کنیم جسم حرکت می‌کند یا خیر! در صورت حرکت داشتن F_{net} را محاسبه کرده و ...



$$\rightarrow (F_{net})_y = ma_y = ۰ \rightarrow F_N = F' + mg = ۵۰N$$

$$\rightarrow (f_s)_{max} = \mu_s F_N = ۰/۵ \times ۵۰N = ۲۵N$$

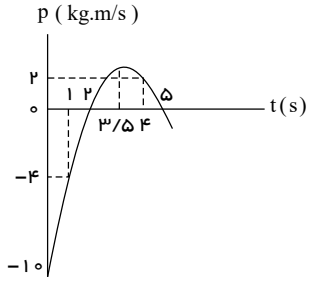
$F = ۲۰N < ۲۵N \Rightarrow$ بنابراین جسم ساکن بوده

درنتیجه:

$$\vec{v} = ۰ \rightarrow \vec{v_۲} = \vec{v_۱} = ۰ \rightarrow \vec{\Delta p} = m\vec{\Delta v} = ۰$$

۶۲ . گزینه ۳ با رسم نمودار تکانه برحسب زمان می‌توان گزینه‌ها را بررسی کرد:

$$p = -(t^۲ - ۷t + ۱۰) = -(t - ۲)(t - ۵)$$



گزینهٔ «۱»:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{۲ - (-۴)}{۴ - ۱} = \frac{۶}{۳} = ۲N$$

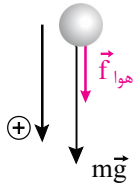
گزینهٔ «۲»: طبق نمودار در $t = ۳/۵s$ شیب خط مماس بر نمودار صفر است، بنابراین نیروی خالص نیز در $t = ۳/۵s$ صفر است.

گزینهٔ «۳»:در نمودار $p - t$، با گذشت زمان، اگر به محور t نزدیک شویم، حرکت کندشونده و اگر از محور t دور شویم، حرکت تندشونده است. طبق نمودار از $t = ۰$ تا $t = ۲s$ حرکت کندشونده و از $t = ۲s$ تا $t = ۳s$ حرکت تندشونده است.

گزینهٔ «۴»: در $t = ۴s$، مقدار تکانه برابر با $۲\frac{kg \cdot m}{s}$ است. در نتیجه:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} = \frac{(۲)^۲}{۲(۰/۵)} = ۴J$$

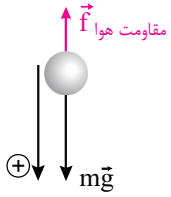
۶۳ . گزینه ۲ در ابتدا شتاب حرکت را هنگام بالا رفتن به‌دست می‌آوریم سپس با برعکس بررسی کردن حرکت (یعنی با همان شتاب از نقطهٔ اوج تا پرتاب) زمان بالارفتن را می‌یابیم:



$$F_{net} = ma_۱ \Rightarrow mg + f_{\text{مقاومت هوا}} = ma_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{mg + f_{\text{مقاومت هوا}}}{m} \Rightarrow a_۱ = \frac{۳ \times ۱۰ + ۶}{۳} = ۱۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}a_۱ t^۲ \Rightarrow t_۱ = \sqrt{\frac{\Delta y}{۶}}$$

حالا باید شتاب حرکت رو به پایین را بیابیم و مجدداً برای این قسمت از حرکت هم‌زمان را به‌دست می‌آوریم:



$$F_{net} = ma_۲ \Rightarrow mg - f_{\text{مقاومت هوا}} = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{mg - f_{\text{مقاومت هوا}}}{m} \Rightarrow a_۲ = \frac{۳ \times ۱۰ - ۶}{۳} = ۸\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}a_۲ t_۲^۲ \Rightarrow t_۲ = \sqrt{\frac{\Delta y}{۴}}$$

و در نهایت داریم:

$$\frac{t_۱}{t_۲} = \frac{\sqrt{\frac{\Delta y}{۶}}}{\sqrt{\frac{\Delta y}{۴}}} = \sqrt{\frac{۲}{۳}}$$

۶۴ . گزینه ۱ با توجه به رابطهٔ $F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ درمی‌یابیم که شیب خط مماس بر نمودار تکانه - زمان برابر نیرو است. معادلهٔ تکانهٔ - زمان جسم به‌صورت درجهٔ یک است و شیب آن ثابت است. پس نیروی متوسط واردشده بر جسم، هم در راستای افقی و هم در راستای قائم ثابت است.

پس:

$$p_x = ۹t - ۶ \xrightarrow{F_{av}=p-t \text{ شیب خط نمودار}} F_{av_x} = ۹$$

$$p_y = ۱۲t + ۸ \Rightarrow F_{av_y} = ۱۲$$

برآیند نیروهای واردشده : $F_{av} : \sqrt{F_{av_x}^۲ + F_{av_y}^۲} = \sqrt{۹^۲ + ۱۲^۲} = ۱۵N$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{۱۵}{۵} = ۳\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow{v_۰ = ۰} v = ۳ \times ۴ = ۱۲\frac{m}{s}$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow{v_۰ = ۰} (۱۲)^۲ = ۲ \times ۳ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۲۴m$$

۶۵ . گزینه ۳

ابتدا تکانه و بعد از آن تغییر تکانه را یافته و سپس از آن نیروی متوسط موثر وارد بر جعبه را محاسبه می‌کنیم و در انتها شتاب را بدست می‌آوریم.

$$p = mV \Rightarrow p_۱ = m \times v \Rightarrow p_۱ = ۱۰m$$

$$p_۲ = ۴p_۱ \Rightarrow p_۲ = ۴ \times ۱۰m = ۴۰m$$

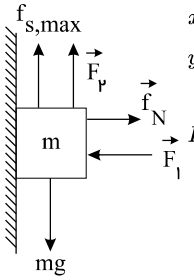
$$\Delta p = p_۲ - p_۱ = ۴۰m - ۱۰m = ۳۰m$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{۳۰m}{۵} = ۶m$$

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{۶m}{m} = ۶\frac{m}{s^۲}$$

۶۶ . گزینه ۳ برای حل این سؤال باید دو حالت را بررسی کنیم:

حالت ۱) اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، نیروی اصطکاک ایستایی به سمت بالا خواهد بود.

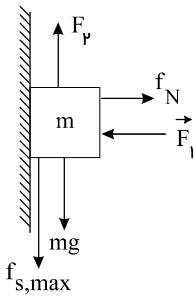


$$x \ : F_۱ = F_N = ۴۰N$$

$$y \ : F_۲ + f_{s,max} = mg \rightarrow F_۲ = mg - f_{s,max}$$

$$F_۲ = ۸۰ - (۰/۵ \times ۴۰) = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰N$$

حالت ۲) اگر جسم در آستانهٔ حرکت به سمت بالا باشد، نیروی اصطکاک ایستایی به سمت پایین خواهد بود:

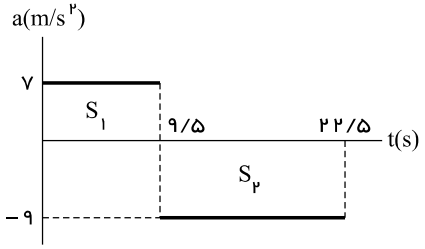


$$x\ : F_۱ = F_N = ۴۰(N)$$
$$y\ : F_۲ = mg + f_{smax} = mg + \mu_s F_N$$
$$F_۲ = ۸۰ + (۰/۵ \times ۴۰) = ۱۰۰(N)$$

پس حداقل بزرگی نیروی $F_۲$ برابر $۶۰N$ است.

تذکر:به طور کلی، در اینگونه سوالات که به دنبال حداقل نیروی F می‌گردد، جسم باید در آستانهٔ حرکت به گونه‌ای قرار گیرد که نیروی F و نیروی اصطکاک هم‌سو باشند.

۶۷ . گزینه ۲ مساحت زیر نمودار $a-t$ برابر Δv بنابراین، پس از یافتن Δv ، می‌توان $m\Delta v$ یعنی تغییر تکانه را یافت



$$\Delta v = |-S_۲| = |-۹ \times ۱۳|$$
$$\Delta v = |-۱| = ۱\frac{m}{s}$$
$$p = m\Delta v = ۳۲ \times ۱۱۷ = ۳۷۴۴\frac{kgm}{s}$$

۶۸ . گزینه ۳ نمودار مکان - زمان جسم به‌صورت خط راست است، پس نوع حرکت یکنواخت است؛ بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن خواهد بود و از طرفی چون متحرک در جهت محور x در حال حرکت است، بنابراین اصطکاک در خلاف جهت محور x به آن وارد می‌شود و از طرفی دیگر $\vec{F}_۲$ در جهت محور x است و پس از $\vec{F}_۱$ حرکت جسم پیوسته تندشونده خواهد بود.

۶۹ . گزینه ۳

وقتی نیروی افقی F در حالت دوم نسبت به حالت اول ۴۰ درصد کاهش می‌یابد، بدین معنی است که $F_۲ = ۰/۶F$ است، بنابراین در دو حالت حرکت آسانسور داریم:

$$F_{N_۱} = m(g+a) \ :\ \text{حرکت به سمت بالا}$$
$$F_{N_۲} = m(g-a) \ :\ \text{حرکت به سمت پایین}$$

جسم در آستانهٔ حرکت است، پس نیروی افقی F برابر نیروی اصطحکاک در آستانهٔ حرکت است، یعنی:

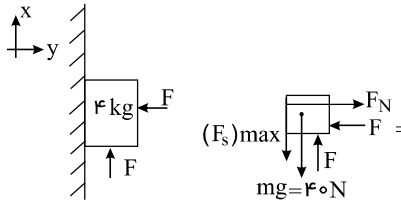
$$F_۱ = \mu_s F_{N_۱} \ ,\ F_۲ = \mu_s F_{N_۲}$$

نیروی $F_۲$، ۴۰ درصد کمتر از $F_۱$ است:

$$F_۲ = ۰/۶F_۱$$
$$\mu_s m(g-a) = ۰/۶\mu_s(g+a)$$
$$\Rightarrow g - a = ۰/۶g + ۰/۶a$$
$$\Rightarrow ۰/۴g = ۱/۶a \Rightarrow a = \frac{g}{۴} = ۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

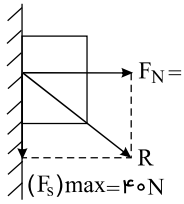
۷۰ . گزینه ۲

در حالت اول که جسم در آستانهٔ حرکت روبه بالا قرار دارد، نیروی f_{smax} روبه پایین است به عبارتی داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} x: a_x = ۰ \Rightarrow F_N = F \\ y: f_{smax} + mg = F \end{cases} \Rightarrow f_{smax} = F - ۴۰ \Rightarrow \mu_s F_N = F - ۴۰ \Rightarrow ۰/۵F = F - ۴۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}F = ۴۰$$

$$\Rightarrow F = ۸۰N \Rightarrow (f_s)_{max} = ۴۰N$$



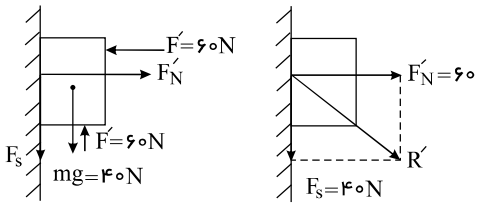
$$\Rightarrow R = \sqrt{۴۰^۲ + ۸۰^۲} \Rightarrow R = ۴۰\sqrt{۵} \quad (۱)$$

در حالت دوم:

$$F' = F - ۲۰ = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰N \Rightarrow F' = ۶۰N$$

چون $F' - mg = ۲۰N$ کمتر از $(f_s)'_{max} = \mu_s F'_N = ۰/۵ \times ۶۰ = ۳۰$ است، جسم هم‌چنان ساکن است، بنابراین داریم:

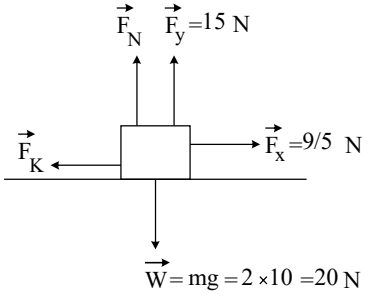
$$F' = mg + f_s \rightarrow ۶۰ = ۴۰ + f_s \rightarrow f_s = ۲۰N$$



$$\Rightarrow R' = \sqrt{F'^{۲}_N + f_s^{۲}} \Rightarrow R' = \sqrt{۶۰^{۲} + ۲۰^{۲}} = ۲۰\sqrt{۱۰}N \Rightarrow R' = ۲۰\sqrt{۱۰}N \quad (۲)$$

$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۴۰\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۷۱ . گزینه ۱



در راستای محور y : $\vec{F_N} + \vec{F_y} = \vec{W} \Rightarrow F_N + ۱۵ = ۲۰ \Rightarrow F_N = ۵N$

$$f_k = \mu_k \cdot F_N = ۰/۳ \times ۵ = ۱/۵N$$

$$\vec{F_x} - \vec{f_k} = ma \Rightarrow \underbrace{۹/۵ - ۱/۵}_{۸} = ۲(a) \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^{۲}}$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} = \frac{۱}{۲}(۴)(\frac{۵}{۲})^{۲} = \frac{۲۵}{۲} = ۱۲/۵m$$

۷۲ . گزینه ۴ ابتدا انرژی جنبشی جسم در لحظهٔ برخورد با زمین را حساب می‌کنیم. توجه داریم که در لحظهٔ رها شدن تندی جسم صفر است، پس انرژی جنبشی آن صفر است و اگر مبنای انرژی پتانسیل گرانشی را در سطح زمین اختیار کنیم، در لحظهٔ برخورد با زمین انرژی پتانسیل گرانشی آن صفر است.

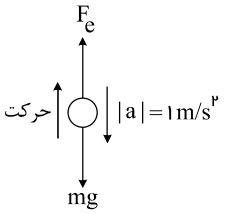
$$E = ۹۰\%E_{۰} \rightarrow K + U = ۰/۹(K_{۰} + U_{۰}) \rightarrow K + ۰ = ۰/۹(۰ + mgh) \rightarrow K = ۰/۹ \times ۲ \times ۱۰ \times ۱۸ = ۳۲۴J$$

حال از رابطهٔ اندازهٔ تکانه و انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{p^{۲}}{۲m} \rightarrow p = \sqrt{(۲mK)} = \sqrt{۲ \times ۲ \times ۳۲۴} = ۳۶\frac{kgm}{s}$$

۷۳ . گزینه ۱

چون آسانسور هنگام بالا رفتن متوقف می‌شود، حرکتش کندشونده بوده، پس شتابش رو به پایین است و داریم:



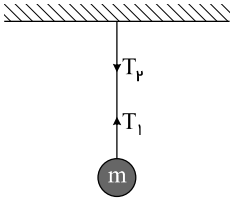
$$F_{net} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = mg - ma$$

$$kx = m(g - a)$$

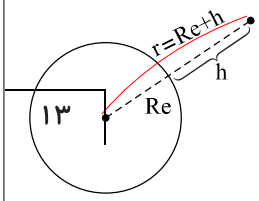
$$k(۰/۲۵ - ۰/۲) = ۰/۵(۱۰ - ۱)$$

$$۰/۰۵ \times k = ۰/۵ \times ۹ \rightarrow k = ۹۰\frac{N}{m}$$

۷۴ . گزینه ۴ گزینهٔ «۴» نادرست است. T_1 و T_2 کنش و واکنش نیستند.



۷۵ . گزینه ۴ شتاب گرانش با مربع فاصله از مرکز زمین رابطهٔ عکس دارد.



$$\frac{g'}{g}=(\frac{Re}{r})^{۲}=(\frac{Re}{Re+h})^{۲}$$
$$\Rightarrow \frac{g'}{۹/۸}=(\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+۱۶۰۰})^{۲}$$
$$g'=۹/۸\times(۰/۸)^{۲}\Rightarrow g'=۶/۲۷۲\frac{m}{s^{۲}}$$

۷۶ . گزینه ۲ باتوجه به pH اولیه محلول هیدروکلریک‌اسید:

$$[H_۳O^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۱}=M_۱$$

برای $pH=۲$ داریم:

$$[H_۳O^+]=۱۰^{-۲}=۰/۰۱=M_۲$$

چون مولاریته ۰/۱ برابر شده است، پس حجم اولیه‌ی محلول ($۲۰mL$) باید ۱۰ برابر ($۲۰۰mL$) شده باشد پس حجم آب مقطر اضافه شده:

$$x=۲۰۰-۲۰=۱۸۰mL$$

یا می‌توان نوشت:

$$M_۱V_۱=M_۲V_۲\Rightarrow ۰/۱\times ۲۰=۰/۰۱\times V_۲=۲۰۰mL$$
$$۲۰۰-۲۰=۱۸۰mL=x$$

برای محلول پتاسیم هیدروکسید با $pH=۱۲$:

$$pH=۱۲\Rightarrow pOH=۲, [OH^-]=۱۰^{-pOH}=۱۰^{-۲}=۰/۰۱=M_۱'$$

چون pH به ۱۱/۷ کاهش یافته است، داریم:

$$pH=۱۱/۷\Rightarrow pOH=۲/۳\Rightarrow [OH^-]=۱۰^{-۲/۳}=۵\times ۱۰^{-۳}=M_۲'$$
$$M_۱'V_۱'=M_۲'V_۲'\Rightarrow ۰/۰۱\times V_۱'=۵\times ۱۰^{-۳}\times(۷۵+V_۱')\Rightarrow V_۱'=y=۷۵mL$$
$$\frac{x}{y}=\frac{۱۸۰}{۷۵}=۲/۴$$

راه حل ساده‌تر: چون pH محلول اسید یک واحد افزایش یافته، حجم آن ۱۰ برابر شده (زیرا $\log ۱۰=۱$) پس $x=۲۰۰-۲۰=۱۸۰$ و چون pH محلول پتاسیم‌هیدروکسید ۰/۳ واحد کاهش یافته پس حجم آن ۲ برابر شده ($\log ۲=۰/۳$) پس $y=۷۵mL$

۷۷ . گزینه ۲ در تمام مدت زمان انجام واکنش، از شروع تا پایان، قانون پایستگی جرم در یک واکنش برقرار است. در حین تعادل مجموع جرم $CO_۲$ ، CaO و $CaCO_۳$ برابر ۰/۲ گرم است، بنابراین:

$$\overbrace{m_{CaCO_۳}+m_{CaO}}^{۰/۱۵۶g}+m_{CO_۲}=۰/۲g$$
$$\rightarrow m_{CO_۲}=۰/۲g-۰/۱۵۶g=۴۴\times ۱۰^{-۳}g$$

اکنون از جرم $CO_۲$، مول CaO و مول و غلظت $Ca(OH)_۲$ را به دست آورید.

$$CaO(s)+H_۲O(l)\rightarrow Ca(OH)_۲(aq)$$
$$?\,molCa(OH)_۲=۴۴\times ۱۰^{-۳}g\,CO_۲\times\frac{۱\,molCO_۲}{۴۴g\,CO_۲}\times\frac{۱\,mol\,CaO}{۱\,mol\,CO_۲}\times\frac{۱\,mol\,Ca(OH)_۲}{۱\,mol\,CaO}=۱۰^{-۳}molCa(OH)_۲$$
$$\text{غلظت } Ca(OH)_۲=\frac{۱۰^{-۳}mol}{۰/۵\,L}=۲\times ۱۰^{-۳}mol\cdot L^{-۱}$$
$$[OH^-]=۲\times ۱۰^{-۳}\times ۲=۴\times ۱۰^{-۳}mol\cdot L^{-۱}$$
$$pOH=-\log ۴-\log ۱۰^{-۳}=-۰/۶+۳=۲/۴\rightarrow pH=۱۴-۲/۴=۱۱/۶$$

۷۸ . گزینه ۳ غلظت یون هیدروکسید در آب گازدار $۱۰^{۳}$ برابر اسید معده است:

$$\frac{[OH^-]_{\text{آب گازدار}}}{[OH^-]_{\text{اسید معده}}}=\frac{۱۰^{-۱۰}}{۱۰^{-۱۳}}=۱۰^{۳}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$\frac{[H_۳O^+]_{\text{اسید معده}}}{[H_۳O^+]_{\text{آب گازدار}}}=\frac{۱۰^{-۱}}{۱۰^{-۴}}=۱۰۰۰$$

گزینه‌ی (۱): خاصیت اسیدی اسید معده هزار برابر آب گازدار و $۱۰^{۱۱}$ برابر آمونیاک است.

$$\frac{[H_۳O^+]_{\text{اسید معده}}}{[H_۳O^+]_{\text{آمونیاکی}}}=\frac{۱۰^{-۱}}{۱۰^{-۱۴}}=۱۰^{۱۱}$$

گزینه‌ی (۲): چون غلظت یون هیدرونیوم در آب گازدار بالاتر است؛ پس pH آن پایین‌تر است.

گزینه‌ی (۴):

آمونیاک $\rightarrow \frac{[H_3O^+]}{[OH^-]} = \frac{10^{-12}}{10^{-2}} = 10^{-10}$

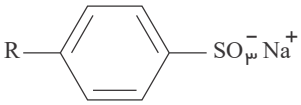
$\Rightarrow 10^{-10} < 10^{6}$

آب گازدار $\rightarrow \frac{[H_3O^+]}{[OH^-]} = \frac{10^{-4}}{10^{-10}} = 10^{6}$

۷۹ . گزینه ۲ در ساختار پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی، یک حلقهٔ بنزن وجود دارد. هم‌چنین در بخش قطبی این پاک‌کننده‌ها به جای گروه کربوکسیلات $(-COO^-)$ موجود در پاک‌کننده‌های صابونی گروه سولفونات $(-SO_3^-)$ وجود دارد.

پاک‌کنندهٔ صابونی: $RCOO^- Na^+$

پاک‌کنندهٔ غیرصابونی:



۸۰ . گزینه ۴ می‌دانیم ۲ میلی‌لیتر از این محلول ۰٫۰۰۲ مول HNO_3 دارد.

$?mol = 2mL \times \frac{1L}{1000mL} \times \frac{1mol}{1L} = 0/002mol$

زمانی که به این محلول آب مقطر اضافه می‌کنیم و به حجم $50mL$ می‌رسانیم تعداد مول‌های HNO_3 تغییر نمی‌کند. ۱۰ میلی‌لیتر از محلول جدید، $\frac{1}{5}$ مقدار مول اولیه HNO_3 را دارد، بنابراین $10mL$ از این محلول ۰٫۰۰۰۴ مول HNO_3 دارد. این مقدار HNO_3 با $NaOH$ به طور کامل واکنش داده و مقداری $NaOH$ اضافه آمده است، زیرا pH محلول به ۱۳ رسیده است.

$HNO_3 + NaOH \rightarrow NaNO_3 + H_2O$

چون ضریب HNO_3 و $NaOH$ برابر است، بنابراین برای خنثی کردن HNO_3 به ۰٫۰۰۰۴ مول $NaOH$ نیاز است، حال کافی است تعیین کنیم برای ایجاد محلول $pH = 13$ به چند مول $NaOH$ نیاز است.

$pH = 13 \Rightarrow pOH = 1 \Rightarrow [OH^-] = 10^{-1} mol \cdot L^{-1}$

$\Rightarrow [NaOH] = 0/1 mol \cdot L^{-1} \Rightarrow molNaOH = 0/1 \times 0/01 = 0/001 mol$

پس مجموعاً به $(0/0004 + 0/001)$ مول $NaOH$ نیاز است.

$NaOH$ جرم $= 0/00144 mol \times 40 g \cdot mol^{-1} = 0/056 g NaOH$

۸۱ . گزینه ۴ امید به زندگی در شهرهای مختلف یک کشور با هم متفاوت است، زیرا این شاخص به عوامل مختلفی بستگی دارد و در کل شاخص امید به زندگی در مناطق کم‌برخوردار در مقایسه با مناطق توسعه‌یافته و برخوردار کم‌تر است.

۸۲ . گزینه ۱ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: اسید HX که یونش آن به‌طور کامل انجام شده است یک اسید قوی و HA که به‌طور جزئی یونیده شده است، یک اسید ضعیف است.

گزینهٔ «۲»: تمام مولکول‌های HX، یونیده شده‌اند و به‌طور کامل به H^+ و X^- تبدیل شده‌اند. $\leftarrow \alpha = 1$

گزینهٔ «۳»: در شرایط یکسان دما و غلظت، تعداد یون‌های موجود در محلول HX بیشتر از محلول HA است. پس محلول HX رسانای بهتری است.

گزینهٔ «۴»: هیدروفلوئوریک اسید مثل HA یک اسید ضعیف و هیدروکلریک اسید مانند HX یک اسید قوی است.

۸۳ . گزینه ۲ بررسی گزینه ها:

گزینه‌ی «۱»:

$pH = 2/7 \xrightarrow{[H_3O^+] = 10^{-pH}} [H_3O^+] = 10^{-2/7} = 10^{-3+0/3} = 10^{-3} \times 10^{0/3}$

$[H_3O^+] = 2 \times 10^{-3} (log2 = 0/3 \rightarrow 2 = 10^{0/3})$

گزینه‌ی «۲»:

$[H_3O^+] \propto \frac{1}{[OH^-]} ([OH^-] \downarrow \Rightarrow [H_3O^+] \uparrow)$

فقط در دمای $25^\circ C$: $[OH^-][H_3O^+] = 10^{-14}$

گزینه‌ی «۳»:

$[H_3O^+] = M\alpha \Rightarrow [H_3O^+] = 8 \times 10^{-2} \times \frac{2}{100} \Rightarrow [H_3O^+] = 16 \times 10^{-4}$

$pH = -\log[H_3O^+] \Rightarrow pH = -\log 16 \times 10^{-4} = -(\log 2^4 + \log 10^{-4}) = -(4 \times 0/3 - 4) = 2/8$

گزینه‌ی «۴»: یونش آب گرماگیر است و با افزایش دما غلظت $[H^+]$ و OH^- به یک نسبت زیاد می‌شود لذا آب خالص در هر دما خنثی است.

۸۴ . گزینه ۳ غلظت اولیهٔ اسید ضعیف معادل $(\frac{0/02}{2}) = 0/01$ مولار است. در محلول اولیه ۰٫۱ مولار H^+ وجو دارد. اگر از اسید ضعیف x مولار یونیده شود.

$HA \rightleftharpoons H^+ + A^-$

$0/01 - x \quad 0/1 + x \quad x$

$$K_a(HA)=\frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \Rightarrow ۱۰^{-۳}=\frac{(۰/۱+x)(x)}{(۰/۰۱-x)}$$

برای حل معادله از x در مقابل ۰/۱ و ۰/۰۱ می توانیم صرف نظر کنیم:

$$۱۰^{-۳}=\frac{(۰/۱)(x)}{(۰/۰۱)} \Rightarrow x=۱\times ۱۰^{-۴} mol\cdot L^{-۱}$$

$$HA \text{ غلظت نهایی } =(۰/۰۱-۱\times ۱۰^{-۴})=۹/۹\times ۱۰^{-۳} mol\cdot L^{-۱}$$

۸۵ . گزینه ۳ با توجه به اینکه HA اسید ضعیف است از رابطه زیر برای تعیین درجه یونش استفاده می‌کنیم:

$$K_a=\frac{\alpha^۲\cdot [HA]_{\text{اولیه}}}{۱-\alpha} \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۴}=\frac{\alpha^۲\times ۴\times ۱۰^{-۴} mol\cdot L^{-۱}}{۱-\alpha} \Rightarrow \frac{\alpha^۲}{۱-\alpha}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲\alpha^۲=۱-\alpha \Rightarrow ۲\alpha^۲+\alpha-۱=۰ \Rightarrow (۲\alpha-۱)(\alpha+۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha=-۱\times \\ \alpha=\frac{۱}{۲}\checkmark \end{cases}$$

غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HA برابر است با:

$$\alpha=\frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [H^+]=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۱۰^{-۴} \Rightarrow [H^+]=۲\times ۱۰^{-۴} mol\cdot l^{-۱}$$

pH محلول HA برابر است با:

$$pH=-\log[H^+]=-\log ۲\times ۱۰^{-۴}=-[\log ۲+\log ۱۰^{-۴}]=۳/۷$$

هیدروکلریک اسید یک اسید قوی است $\Leftarrow \alpha=۱$

$$\alpha=\frac{[H^+]}{[HCl]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۲} mol\cdot L^{-۱}$$

pH محلول هیدروکلریک اسید برابر است با:

$$pH=-\log[H^+] \Rightarrow pH=-\log ۱۰^{-۲}=۲$$

در نهایت نسبت pH دو محلول برابر است با:

$$\frac{pH(HA)}{pH(HCl)}=\frac{۳/۷}{۲}=۱/۸۵$$

۸۶ . گزینه ۲ ابتدا غلظت یون هیدرونیوم را تعیین می‌کنیم:

$$pH=-\log[H^+] \Rightarrow -\log[H^+]=۴ \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-۴}\ mol\cdot L^{-۱}$$

با توجه به رابطه درجه یونش داریم:

$$\alpha=\frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow ۰/۰۵=\frac{۱۰^{-۴}\ (mol\cdot L^{-۱})}{[HA]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [HA]_{\text{اولیه}}=۰/۰۰۲\ mol\cdot L^{-۱}$$

۸۷ . گزینه ۱

با توجه به آنکه BOH باز ضعیف است داریم:

$$K_a=\alpha^۲ M \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۴}=\alpha^۲\times ۱/۶۲\times ۱۰^{-۲} \Rightarrow \alpha^۲=\frac{۱}{۸۱} \Rightarrow \alpha=\frac{۱}{۹}$$

حال غلظت یون هیدروکسید را تعیین می‌کنیم:

$$\alpha=\frac{OH^-}{[BOH]_{\text{اولیه}}} \Rightarrow [OH^-]=۱۸\times ۱۰^{-۴} mol\cdot L^{-۱}$$

$$pOH=-\log[OH^-]=-\log ۱۸\times ۱۰^{-۴}=-(۲\log ۳+\log ۲+\log ۱۰^{-۴})=۲/۷$$

$$pH+pOH=۱۴ \rightarrow pH=۱۱/۳$$

۸۸ . گزینه ۴ پتاسیم اکسید با آب واکنش داده، پتاسیم هیدروکسید تولید می کند و محیط بازی می شود. ابتدا تعداد مول های KOH ایجاد شده را بدست می آوریم:

$$K_۲O(s)+H_۲O(l) \rightarrow ۲KOH(aq)$$

$$?molKOH=۱۸۸mgK_۲O\times \frac{۱۰^{-۳}gK_۲O}{۱mgK_۲O}\times \frac{۱molK_۲O}{۹۴gK_۲O}\times \frac{۲molKOH}{۱molK_۲O}=۴\times ۱۰^{-۳}molKOH$$

چون باز قوی و تک ظرفیتی است:

$$[KOH]=[OH^-]=\frac{۴\times ۱۰^{-۳}mol}{۲\times ۱۰^{-۱}L}=۲\times ۱۰^{-۲} mol\cdot L^{-۱}$$

$$[H_۳O^+]\ [OH^-]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۲}\ [H_۳O^+]=۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [H_۳O^+]=۵\times ۱۰^{-۱۳} mol\cdot L^{-۱}$$

$$pH=-\log(۵\times ۱۰^{-۱۳})=۱۲/۳$$

۸۹ . گزینه ۱ $HCl(g)$ هیدروژن کلرید نام دارد و سبب افزایش غلظت یون هیدرونیوم در آب می‌شود.

برخی اکسیدهای فلزی با آب واکنش می‌دهند و رنگ کاغذ pH را به‌دلیل افزایش غلظت هیدروکسید، آبی می‌کنند. BaO یک باز آرنیوس است و باعث افزایش غلظت یون هیدروکسید در آب

می‌شود.

۹۰ . گزینه ۳

$$NaHCO_3(s) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

با استفاده از pH غلظت $[H^+]$ را به دست می آوریم:

$$pH = -\log[H^+] \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۱/۳} = ۱۰^{-۲+۰/۷} = ۱۰^{-۲} \times ۱۰^{۰/۷} = ۵ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱}$$

HCL یک اسید قوی است. پس:

$$\alpha = ۱ \Rightarrow [H^+] = [HCl] = ۰/۰۵ mol \cdot L^{-۱}$$
$$\Rightarrow molHCl = ۰/۰۵ mol \cdot L^{-۱} \times ۱L = ۰/۰۵ mol$$
$$?molHCl = ۶g NaHCO_3 \text{ ناخالص} \times \frac{x g NaHCO_3 \text{ خالص}}{۱۰۰ g NaHCO_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{۱ mol}{۸۴ g} \times \frac{۱ molHCl}{۱ molNaHCO_3} = ۰/۰۵ molHCl \Rightarrow x = ۷۰$$

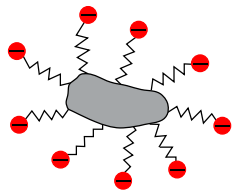
۹۱ . گزینه ۳ عبارت‌های الف، پ و ت درست هستند.

ترکیب داده‌شده مربوط به یک استر است که به دلیل غلبهٔ بخش ناقطبی بر بخش قطبی در آن، در آب نامحلول است و در حلال‌های ناقطبی مانند بنزین حل می‌شود.

۹۲ . گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱) رنگ‌هایی که برای پوشش استفاده می‌شوند، سس مایونز و ژله هر سه نمونه‌هایی از کلوییدها هستند.

گزینهٔ ۲) بخش ناقطبی صابون به لکه چربی متصل می‌شود و بخش باردار آن را در آب پخش می‌کند، پس طبق شکل قسمت آنیونی صابون رو به بیرون است.



گزینهٔ ۳) آب دریا نسبت به آب چشمه مقادیر چشم‌گیری یون‌های منیزیم و کلسیم دارد و وجود این یون‌ها قدرت پاک‌کنندگی صابون را کم می‌کند.

گزینهٔ ۴) وازلین همانند روغن زیتون در هگزان مخلوط همگن ایجاد می‌کند، زیرا دارای مولکول‌های ناقطبی هستند.

۹۳ . گزینه ۳

$$HA(aq) \rightleftharpoons H^+(aq) + A^-(aq)$$

غلظت یون هیدرونیوم و یون A^- باهم برابر است.

$$[H^+] = [A^-] = ۵ \times ۱۰^{-۵} mol \cdot L^{-۱}$$
$$[HA] = ۶/۲۵ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱}$$
$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} = \frac{۵ \times ۱۰^{-۵} \times ۵ \times ۱۰^{-۵}}{۶/۲۵ \times ۱۰^{-۲}} = ۴ \times ۱۰^{-۸} mol \cdot L^{-۱}$$

۹۴ . گزینه ۴ بررسی موارد:

مورد «الف»: باتوجه به این‌که هر سه محلول خاصیت بازی دارند، رنگ کاغذ pH در هر سه یکسان است. (درست)

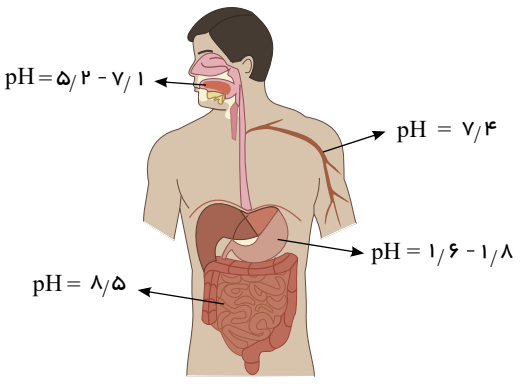
مورد «ب»: (درست)

$$\begin{cases} |H^+| = C = ۱۰^{-۱۱/۴} = ۴ \times ۱۰^{-۱۲} mol \cdot L^{-۱} \\ |OH^-| = D = \frac{۱ \times ۱۰^{-۱۴}}{۴ \times ۱۰^{-۱۲}} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{D}{C} = \frac{۲/۵ \times ۱۰^{-۳}}{۴ \times ۱۰^{-۱۲}} = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۸}$$

مورد «پ»: pH محلول شمارهٔ یک را نشان می‌دهد که برابر است با:

$$B = -\log\left(\frac{۱ \times ۱۰^{-۱۴}}{۴ \times ۱۰^{-۳}}\right) = -\log ۲/۵ \times ۱۰^{-۱۲} = ۱۱/۶ \Rightarrow \frac{۱۱/۶}{۱۱/۴} > ۱ \text{ (نادرست)}$$

مورد «ت»: در محلول ۳، مقدار pH برابر است با: $pH = -\log(۳ \times ۱۰^{-۹}) = ۸/۵$. باتوجه به شکل روبه‌رو، pH محیط رودهٔ کوچک حدود ۸/۵ است.



۹۵ . گزینه ۱

$$HCN(aq) \rightleftarrows H^+(aq) + CN^-(aq)$$

$$K_a \frac{[H^+][CN^-]}{HCN}; [H^+] = [CN^-] = ۷ \times ۱۰^{-۵} mol \cdot L^{-۱}$$

$$\Rightarrow ۴/۹ \times ۱۰^{-۱۰} = \frac{(۷ \times ۱۰^{-۵})(۷ \times ۱۰^{-۵})}{[HCN]}$$

$$\Rightarrow [HCN] = \frac{۷ \times ۱۰^{-۵} \times ۷ \times ۱۰^{-۵}}{۴/۹ \times ۱۰^{-۱۰}} = ۱۰ mol \cdot L^{-۱}$$

تعداد مولکول‌های HCN یونیده نشده

$$= ۰/۲ L HCN \times \frac{۱۰ mol HCN}{۱ L HCN} = ۲ mol HCN$$

۹۶ . گزینه ۴

ابتدا pH محلول KOH قبل از واکنش را تعیین می‌کنیم:

$$[OH^-] = ۱ \frac{mol}{L} \Rightarrow pOH = ۰ \rightarrow pH = ۱۴$$

سرعت تولید گاز بر حسب مول بر دقیقه برابر است با:

$$\overline{R}_x = \frac{۲۸ mL}{min} \times \frac{۱ mol}{۲۲۴۰۰ mL} = ۰/۰۰۱۲۵ mol \cdot min^{-۱}$$

مقدار OH^- مصرف شده در واکنش برابر است با:

$$\overline{R}_{OH^-} = ۲\overline{R}_x = ۲ \times ۰/۰۰۱۲۵ = ۰/۰۰۲۵ mol \cdot min^{-۱}$$

$$?mol OH^- \text{ مصرف شده} = ۱۲۰ min \times \frac{۰/۰۰۲۵ mol}{۱ min} = ۰/۳ mol$$

تغییرات غلظت OH^- برابر است با:

$$[OH^-] \text{ تغییرات} = \frac{۰/۳}{۰/۵} = ۰/۶ \frac{mol}{L}$$

بنابراین غلظت نهایی OH^- را می‌توان محاسبه کرد:

$$[OH^-] \text{ نهایی} = ۱ - ۰/۶ = ۰/۴ \frac{mol}{L}$$

pH نهایی محلول برابر است با:

$$pOH = -\log ۰/۴ = ۰/۴ \rightarrow pH = ۱۳/۶$$

تغییرات pH محلول برابر است با:

$$\Delta pH = ۱۴ - ۱۳/۶ = ۰/۴$$

۹۷ . گزینه ۲

$$?mol HX = ۴/۴۸ L HX \times \frac{۱ mol HX}{۲۲/۴ L HX} = ۰/۲ mol HX$$

$$M = \frac{\text{مول}}{\text{لیتر}} = \frac{۰/۲}{۱۰} = ۲ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱}$$

چون Ka کوچک است، بنابراین:

$$Ka = \frac{[H^+]^۲}{M - [H^+]} \Rightarrow ۸ \times ۱۰^{-۶} = \frac{[H^+]^۲}{۲ \times ۱۰^{-۲}} \Rightarrow [H^+]^۲ = ۱۶ \times ۱۰^{-۸} \Rightarrow [H^+] = ۴ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-۱}$$

$$\text{شمار یون‌های } X^- = \text{شمار یون‌های } H^+$$

$$\text{مجموع شمار یون‌ها} = \text{شمار یون‌های } H^+ + \text{شمار یون‌های } X^- = ۴ \times ۱۰^{-۴} \times ۲ \times ۱۰ = ۸ \times ۱۰^{-۳} mol$$

هر مول هم برابر یک عدد آووگادرو است.

۹۸ . گزینه ۲ اوره و نمک خوراکی هر دو در آب محلول هستند، ولی در حلال هگزان ($C_۶H_{۱۴}$) نامحلول می‌باشند. همچنین بین مولکول‌های اوره پیوندهای هیدروژنی برقرار است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینهٔ «۱»: روغن زیتون ($C_{۵۷}H_{۱۰۴}O_۶$) و استون $(C_۳H_۶O)$ هر دو در هگزان محلول هستند.

گزینهٔ «۳»: اتیلن گیلکول الکلی محلول در آب است، و در هگزان حل نمی‌شود، امّا وازلین یک هیدروکربن محلول در هگزان است.

گزینهٔ «۴»: استون هم در آب و هم در چربی حل می‌شود. همچنین بین مولکول‌های استون امکان برقراری پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

۹۹. گزینه ۱

$NaOH$	باز قوی	$\Delta pH = \log n = \log ۴ = ۲\log ۲ = ۰/۶$	کاهش
$HNO_۳$	اسید قوی (نیتریک اسید)	$\Delta pH = \log n = \log ۴ = ۲\log ۲ = ۰/۶$	افزایش
$HNO_۲$	اسید ضعیف	$\Delta pH = \frac{۱}{۲}\log n = \frac{۱}{۲}\log ۴ = ۰/۳$	افزایش
$NH_۳$	باز ضعیف	$\Delta pH = \frac{۱}{۲}\log n = \frac{۱}{۲}\log ۴ = ۰/۳$	کاهش

نکته: برای اسیدها و بازهایی قوی که حجم محلول n برابر می‌شود (رقیق می‌شود) تغییرات pH (یا ΔpH) به اندازهٔ $\log n$ تغییر می‌کند.

و برای اسیدها و بازهای ضعیف که حجم محلول n برابر می‌شود تغییرات pH به اندازهٔ $\frac{۱}{۲}\log n$ تغییر می‌کند.

توجه:

اگر اسید را: رقیق کنیم ← pH افزایش می‌یابد؛ غلیظ کنیم ← pH کاهش می‌یابد

اگر باز را: رقیق کنیم ← pH کاهش می‌یابد؛ غلیظ کنیم ← pH افزایش می‌یابد

۱۰۰. گزینه ۴ ابتدا، غلظت $HNO_۳$ را محاسبه می‌کنیم. از آن‌جا که $HNO_۳$ اسید قوی است، غلظت H^+ در محلول آن با غلظت اولیهٔ اسید برابر است:

$$pH = ۳ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱} = [HNO_۳]$$

حال می‌توان نوشت:

$$?mL\ \text{محلول} = ۱۶۰mgNaOH \times \frac{۱g}{۱۰۰۰mg} \times \frac{۱molNaOH}{۴۰gNaOH} \times \frac{۱molHNO_۳}{۱molNaOH} \times \frac{۱L\ \text{محلول}}{۱۰^{-۳}molHNO_۳} \times \frac{۱۰۰۰mL}{۱L} = ۴۰۰۰mL\ \text{محلول}$$

۱۰۱. گزینه ۲ بررسی موارد:

مورد آ) برخی بازهای آرنیوس نظیر $NH_۳$ یا $Na_۲O$ در ساختار خود یون هیدروکسید ندارند. (نادرست)

مورد ب) درست.

مورد پ) ۱ مول سولفوریک اسید با ۲ مول سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود، در نتیجه ۰/۵ مول سولفوریک اسید با ۱ مول سدیم هیدروکسید خنثی می‌شود. (نادرست)

$$H_۲SO_۴ + ۲NaOH \rightarrow Na_۲SO_۴ + ۲H_۲O$$

مورد ت) درست. زیرا $HNO_۳$ یک اسید قوی و HCN اسید ضعیف است.

۱۰۲. گزینه ۳ عبارت‌های الف و پ درست هستند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت «ب» نادرست است، زیرا پاک‌کنندهٔ صابونی در آب سخت رسوب می‌کند و به خوبی کف نمی‌کند.

عبارت «ت» نادرست است، زیرا مخلوط صابون با آب و چربی ناهمگن است.

۱۰۳. گزینه ۱ فرمول صابون مورد نظر را $R-COONa$ در نظر می‌گیریم.

$$۲RCOONa(aq) + MgCl_۲(aq) \rightarrow (RCOO)_۲Mg(s) + ۲NaCl(aq)$$

اگر جرم گروه R در صابون را x گرم بر مول در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$۱۹gMgCl_۲ \times \frac{۱molMgCl_۲}{۹۵gMgCl_۲} \times \frac{۱mol\ \text{رسوب}}{۱molMgCl_۲} \times \frac{(۲x+۱۱۲)g}{۱mol\ \text{رسوب}} = ۱۱۲/۴g \Rightarrow x = ۲۲۵$$

با توجه به این‌که زنجیر کربنی صابون، سیرشده است، پس:

$$R = C_nH_{۲n+۱} \Rightarrow ۱۲n + ۲n + ۱ = ۲۲۵ \Rightarrow n = ۱۶$$

پس فرمول شیمیایی صابون به‌صورت $C_{۱۶}H_{۳۲}COONa$ است که دارای ۳۳ اتم هیدروژن در آنیون آن می‌باشد.

۱۰۴. گزینه ۲

$$HF \begin{cases} M = ۰/۰۵ \\ \alpha = ۴ \times ۱۰^{-۲} \end{cases} \Rightarrow [H^+] = M\alpha = ۰/۰۵ \times ۴ \times ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \begin{matrix} pH = ۳ - log۲ \\ pH = ۲/۷ \end{matrix}$$

$$HCl \left\{ M = ۳ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow [H^+] = ۳ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow pH = ۳ - log۳ = ۲/۵ \Rightarrow \frac{۲/۷}{۲/۵} = ۱/۰۸ \right.$$

۱۰۵. گزینه ۳ «آ و ت»: درست می‌باشند، زیرا $NaOH$ باز قوی است و تفکیک آن کامل بوده و pH آن ۱۴ است و رسانایی محلول آن زیاد است.

ب) نادرست است، زیرا غلظت یون هیدرونیوم با یون OH^- رابطهٔ عکس دارد و در محلول $NaOH$ که غلظت OH^- زیاد است یون هیدرونیوم کم می‌باشد.

پ) ثابت یونش اسیدی و بازی فقط تابع دما است.

۱۰۶. گزینه ۴ بررسی مواردها:

مورد الف) نادرست است.

$$\alpha = \frac{\text{تعداد مولکول یونیدهشده}}{\text{کل مولکول}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۱۰ = \frac{x}{۴۰۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{تعداد مولکول یونیدهشده} = ۴۰$$

پس در مجموع می‌توان گفت که ۴۰ + ۴۰ + ۳۶۰ ذره به آب افزوده می‌شود؛ (۴۴۰ذره به آب افزوده می‌شود.)

	HA	$\rightleftharpoons$	H^+	+	A^-
اولیه	۴۰۰		۰		۰
یونیدهشده	۴۰		۴۰		۴۰
باقی‌مانده در محلول	۳۶۰		۴۰		۴۰

مورد ب) نادرست است. ثابت یونش اسیدی فقط و فقط تابع دما است و با افزایش یا کاهش غلظت در دمای ثابت، ثابت تعادل تغییری نمی‌کند.

مورد پ) نادرست است. با توجه به اینکه نیترواسید اسیدی قوی‌تر از فورمیک اسید، است باید ثابت یونش اسیدی آن نیز بزرگ‌تر از فورمیک اسید باشد. بنابراین اعداد داده‌شده نمی‌تواند ثابت یونش مربوط به این دو اسید باشد.

مورد ت) فورمیک اسید قوی‌تر از استیک اسید است و ثابت یونش اسیدی (Ka) بزرگ‌تری نسبت به آن دارد و بیشتر یونش پیدا می‌کند؛ بنابراین در غلظت‌های برابر از این دو اسید، غلظت یون هیدرونیوم در فورمیک اسید بیشتر از این غلظت در استیک اسید خواهد شد.

۱۰۷. گزینه ۳

$$pH = ۱/۶ \rightarrow [H_۳O^+] = ۱۰^{-۱/۶} = ۱۰^{-۱} \times ۱۰^{-۰/۶} = ۱۰^{-۱} \times \frac{۱}{(۱۰^{۰/۳})^۲} = ۱۰^{-۱} \times \frac{۱}{۴}$$

$$= ۲/۵ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱}$$

چون نیتریک اسید یک اسید قوی ($\alpha = ۱$) است: $[H_۳O^+] = [HNO_۳]$

$$mol HNO_۳ = ۲/۵ \times ۱۰^{-۲} mol \cdot L^{-۱} \times ۰/۲ L = ۵ \times ۱۰^{-۳} mol$$

$$m\,g\,N_۲O_۵ = ۵ \times ۱۰^{-۳} mol\,HNO_۳ \times \frac{۱\,mol\,N_۲O_۵}{۲\,mol\,HNO_۳} \times \frac{۱۰۸\,g\,N_۲O_۵}{۱\,mol\,N_۲O_۵} = ۰/۲۷\,g\,N_۲O_۵$$

۱۰۸. گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: نادرست: اسیدهای آرنیوس به فرم HX جزء ترکیبات مولکولی با پیوند کووالانسی هستند.

گزینهٔ «۲»: نادرست: اکسید موردنظر $N_۲O_۵$ است. از انحلال این اکسید در آب یون‌های $NO_۳^-$ و $H_۳O^+$ تولید می‌شود. در ساختار لوویس یون نیترات، ۴ پیوند کوالانسی وجود دارد.

$$N_۲O_۵(s) + H_۲O(l) \rightarrow ۲HNO_۳(aq) \rightarrow ۲H^+(aq) + ۲NO_۳^-(aq)$$

گزینهٔ «۳»: نادرست: به‌عنوان مثال آمونیاک $(NH_۳)$ پس از حل شدن در آب سبب افزایش غلظت یون هیدروکسید می‌شود. اما در ساختار خود اکسیژن ندارد.

گزینهٔ «۴»: درست: هر چه غلظت H^+ در یک محلول بیشتر باشد خاصیت اسیدی آن بیشتر بوده و pH آن کوچک‌تر است.

$$[H^+] = ۱۰^{-pH}$$

۱۰۹. گزینه ۴ با توجه به متن کتاب درسی، X عنصر گوگرد $(_{۱۶}S)$، Y عنصر کلر $(_{۱۷}Cl)$ و Z عنصر فسفر $(_{۱۵}P)$ است.

- سه عنصر متوالی جدول دوره‌ای هستند اما مقایسهٔ عدد اتمی آن‌ها به‌صورت $Y > X > Z$ است.
- گوگرد و کلر زردرنگ هستند. اما از میان این سه عنصر، فسفر و گوگرد جامدند و کلر گاز است.
- با توجه به آرایش الکترونی گوگرد می‌توان نوشت:

$$_{۱۶}S : ۱s^۲۲s^۲۲p^۶۳s^۲۳p^۴ \Rightarrow \text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیتی} = (۳+۰) \times ۲ + (۳+۱) \times ۴ = ۲۲$$

- با افزودن برخی نمک‌های فسفات به صابون، از رسوب آن‌ها در آب سخت جلوگیری به عمل می‌آید.

۱۱۰. گزینه ۲ حل قسمت آ و ب:

خواص فرآوردهٔ واکنش لیتیم اکسید با آب مشابه فرآوردهٔ واکنش CaO و $K_۲O$ با آب است.

در فرآوردهٔ واکنش هر سه مورد گفته شده با آب، یون هیدروکسید (OH^-) دیده می‌شود که خاصیت بازی دارد.

حل قسمت دوم: معادلهٔ واکنش لیتیم اکسید با آب به صورت زیر است:

$$Li_۲O + H_۲O \rightarrow ۲LiOH$$

آب مقطر خنثی است و $pH = ۷$ دارد. با اضافه کردن لیتیم اکسید pH آن به بالای ۷ افزایش می‌یابد و در صورت ۵۰ درصد تغییر به عدد ۱۰/۵ می‌رسد.

$$pH + pOH = ۱۴ \xrightarrow{pH=۱۰/۵} pOH = ۳/۵$$

از طرفی داریم:

$$[OH^-] = ۱۰^{-pOH} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۳/۵} = ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۰/۵} = ۳ \times ۱۰^{-۴} mol \cdot L^{-۱}$$

در ادامه می‌توان جرم $Li_۲O$ را به دست آورد:

$$?mg Li_۲O = \frac{۳ \times ۱۰^{-۴} mol LiOH}{۱L} \times \frac{۱ mol Li_۲O}{۲ mol LiOH} \times \frac{۳۰ g Li_۲O}{۱ mol Li_۲O} \times \frac{۱۰۰۰ mg}{۱ g} = ۱۱/۲۵ mg Li_۲O$$

۱۱۱. گزینه ۴ می‌دانیم: $\boxed{\cos^۲a - \sin^۲a = \cos ۲a\,,\ \sin ۲a = ۲\sin a \cos a\,,\ ۱ - \cos ۲a = ۲\sin^۲a}$

$$\cos^۴x - \sin^۴x = ۱ - \sin ۲x \rightarrow \underbrace{(\cos^۲x + \sin^۲x)}_{۱}(\cos^۲x - \sin^۲x) = ۱ - \sin ۲x$$

$$\rightarrow \cos ۲x = ۱ - \sin ۲x \rightarrow \sin ۲x = ۱ - \cos ۲x \rightarrow ۲\sin x \cos x = ۲\sin^۲x$$

$$\rightarrow ۲\sin x \cos x - ۲\sin^۲x = ۰ \rightarrow ۲\sin x(\cos x - \sin x) = ۰$$

۲۰

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \xrightarrow{۰\le x\le ۲\pi} x = ۰ \, , \, \pi \, , \, ۲\pi \\ \cos x = \sin x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = \tan \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \rightarrow x = \frac{\pi}{۴} \, , \, \frac{۵\pi}{۴} \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه‌ی داده شده دارای پنج جواب است.

۱۱۲ . گزینه ۴ با توجه به نمودار تابع $\tan x$، باید $\tan a = ۱$ و a در ربع اول باشد بنابراین $a = \frac{\pi}{۴}$ است و $\tan b = \sqrt{۳}$ و b در $(\frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲})$ است، پس $b = \frac{۴\pi}{۳}$. بنابراین

$$b - a = \frac{۴\pi}{۳} - \frac{\pi}{۴} = \frac{۱۳\pi}{۱۲}.$$

۱۱۳ . گزینه ۴

$$y = \sin ۵x \xrightarrow{y=۰} \sin ۵x = ۰ \xrightarrow[x=k\pi]{\text{حالت خاص}} ۵x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{۵}$$

به k اعداد ۰ و ۱ و ۲ و...و ۱۰ را می‌دهیم x از ۲π بیشتر نمی‌شود پس در این فاصله ۱۱ بار محور xها را قطع می‌کند

$$۰, \frac{\pi}{۵}, \frac{۲\pi}{۵}, \frac{۳\pi}{۵}, \ldots, ۲\pi$$

۱۱۴ . گزینه ۱ ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده‌تر کنیم:

$$y = a\sin\pi(\frac{۱}{۲} - bx) + c \Rightarrow y = a\sin(\frac{\pi}{۲} - b\pi x) + c \Rightarrow y = a\cos b\pi x + c$$

فاصلهٔ افقی بین مینیمم و ماکزیمم متوالی برابر $\frac{T}{۲}$ است. پس داریم:

$$\frac{T}{۲} = ۲ \Rightarrow T = ۴ \Rightarrow \frac{۲\pi}{|x \text{ ضریب}|} = ۴ \Rightarrow \frac{۲\pi}{|b\pi|} = ۴ \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \Rightarrow b = \pm\frac{۱}{۲}$$

هردوی $\pm\frac{۱}{۲}$ قابل قبول است، زیرا $\cos(-x) = \cos x$. مطابق شکل ماکسیمم تابع ۲ و مینمم تابع -۶ است. پس:

$$\left.\begin{array}{l} Max = ۲ \rightarrow |a| + c = ۲ \\ Min = -۶ \rightarrow -|a| + c = -۶ \end{array}\right\} \rightarrow c = -۲ \, , \, a = \pm ۴$$

شکل داده شده، فرمت تابع $\cos x$ را دارد. پس فقط $a = ۴$ صحیح است و داریم:

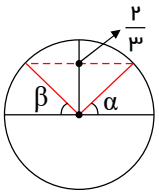
$$f(x) = ۴\cos\frac{\pi}{۲}x - ۲ \xrightarrow{x=\frac{۷}{۳}} f(\frac{۷}{۳}) = ۴\cos(\frac{\pi}{۲} \times \frac{۷}{۳}) - ۲ = ۴\cos\frac{۷\pi}{۶} - ۲$$

$$\Rightarrow f(\frac{۷}{۳}) = ۴\cos(\pi + \frac{\pi}{۶}) - ۲ = ۴(-\cos\frac{\pi}{۶}) - ۲ = -۴ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} - ۲ = -۲\sqrt{۳} - ۲$$

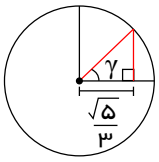
۱۱۵ . گزینه ۱

$$(۳\sin x - ۲)(۳\cos x - \sqrt{۵}) = ۰$$

$۳\sin x - ۲ = ۰ \Rightarrow \sin x = \frac{۲}{۳}$. ۲ ریشه دارد.



$۳\cos x - \sqrt{۵} = ۰ \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{۵}}{۳}$. ۱ ریشه دارد.

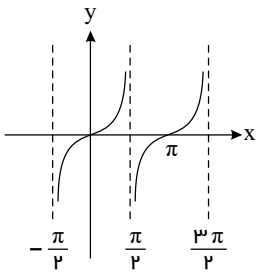


حال باید دقت کنیم که آیا این دو معادله ریشه مشترک دارند یا خیر اگر ریشه مشترک داشته باشند پس حتما جوابی موجود است که در هر دو معادله صدق کند

$\sin^۲x + \cos^۲x = (\frac{۲}{۳})^۲ + (\frac{\sqrt{۵}}{۳})^۲ = \frac{۴}{۹} + \frac{۵}{۹} = ۱$ پس این دو معادله یک ریشه مشترک در ناحیه اول دایره مثلثاتی دارند پس معادله در کل دارای ۲ ریشه است.

۱۱۶ . گزینه ۱

نکته: نمودار تابع $y = \tan x$ به‌صورت روبه‌رو است:



نکته: دورهٔ تناوب تابع $y=\tan(ax)$ برابر $\frac{\pi}{|a|}$ است.

در شکل سؤال دورهٔ تناوب ۲π است، پس:

$$\frac{\pi}{|k|}=۲\pi \Rightarrow |k|=\frac{۱}{۲}$$

تابع تانژانت در بازه‌هایی که تعریف شده است، صعودی است درحالی که نمودار شکل داده‌شده نزولی است، پس k مقدار منفی $k=-\frac{۱}{۲}$ است.

۱۱۷. گزینه ۴ می‌دانیم: $\boxed{۱-\cos ۲a=۲\sin^۲ a\ ,\ \sin ۲a=۲\sin a\cos a}$

$$\cos ۲x=\sin ۲x+۱ \to ۱-\cos ۲x+\sin ۲x=۰ \to ۲\sin^۲ x+۲\sin x\cos x=۰$$

$$\to ۲\sin x(\sin x+\cos x)=۰ \to \begin{cases} \sin x=۰ \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x=k\pi \xrightarrow{k=۰,۱,۲} x=۰,\pi,۲\pi \\ \sin x+\cos x=۰ \to \sin x=-\cos x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x=-۱=\tan(-\frac{\pi}{۴}) \\ \xrightarrow{x=k\pi+\alpha} x=k\pi-\frac{\pi}{۴} \xrightarrow{k=۱,۲} x=\frac{۳\pi}{۴}\ ,\ \frac{۷\pi}{۴} \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه‌ی داده شده دارای پنج جواب است.

۱۱۸. گزینه ۱ ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم.

$$f(x)=a\cos(\frac{۳\pi}{۲}-b\pi x)-c=a\cos(\pi+\frac{\pi}{۲}-b\pi x)-c=-a\sin(b\pi x)-c$$

اکنون توجه کنید که طول نقاط ماکزیمم و مینیمم متوالی تابع به‌اندازهٔ $\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۱۲}-\frac{۱}{۴}$ اختلاف دارند که با نصف دورهٔ تناوب تابع برابر است. پس:

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۲\pi}{|b\pi|}=\frac{۱}{۶} \Rightarrow |b|=۶ \Rightarrow b=\pm ۶$$

از طرف دیگر ماکزیمم و مینیمم تابع به‌ترتیب برابر ۱ و -۳ هستند. پس:

$$\begin{cases} |-a|-c=۱ \\ -|-a|-c=-۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=۱ \\ |a|=۲ \Rightarrow a=\pm ۲ \end{cases}$$

با توجه به اینکه نمودار در اطراف نقطهٔ $x=۰$ شبیه نمودار $y=-\sin x$ است. پس $-a$ و b مختلف‌العلامت هستند یعنی a و b هم‌علامت هستند. پس $a=۲$ و $b=۶$ یا $a=-۲$ و $b=-۶$

در هر صورت $abc=۱۲$.

۱۱۹. گزینه ۳ دورهٔ تناوب تابع $f(x)=a\tan bx+c$ برابر $T=\frac{\pi}{|a|}$ است.

با توجه به شکل داده شده، این تابع در سه دورهٔ تناوب رسم شده است. پس:

$$\left.\begin{array}{l} ۳T=\frac{۵}{۴}-(-\frac{۱}{۴}) \Rightarrow ۳T=\frac{۳}{۲} \Rightarrow T=\frac{۱}{۲} \\ y=a\tan(b\pi x)-۳a \Rightarrow T=\frac{\pi}{|b\pi|}=\frac{۱}{|b|} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{۲}=\frac{۱}{|b|} \Rightarrow b=\pm ۲$$

از طرفی $f(۰)>۰$ و این یعنی $-۳a>۰$ و در نتیجه $a<۰$، تابع تانژانت مفروض در هر دورهٔ تناوب نزولی است، پس $ab<۰$ و در نتیجه $b>۰$ و $b=۲$.

۱۲۰. گزینه ۳ میدانیم: دوره تناوب $y=k\sin ax \to T=\frac{۲\pi}{|a|}$

طبق فرض سوال داریم:

$$f(x)=a\sin xb\pi x \to T=\frac{۲\pi}{|b\pi|}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow |b|=۴$$

$$f(x)=۰ \Rightarrow a\sin ۴\pi x=۰ \Rightarrow ۴\pi x=k\pi \Rightarrow x=\frac{۱}{۴}k \Rightarrow x=۰,\frac{۱}{۴},\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۴},۱$$

پس ۵ نقطه تلاقی در بازه $[۰,۱]$ دارد.

۱۲۱. گزینه ۲

$$۲\sin^۲ x-۱=۰ \quad \text{یا} \quad ۲\sin^۲ x-۲=۰ \quad \text{یا} \quad \cdots \quad \text{یا} \quad ۲\sin^۲ x-۱۰=۰$$

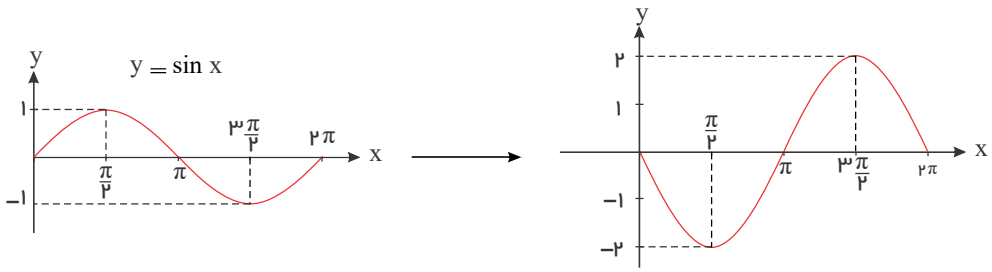
$$\sin^۲ x=\frac{۱}{۲}=(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ \Rightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۴}$$

$\sin^۲ x = ۱ \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۲}$

جواب ها عبارتند از $\left\{\frac{\pi}{۴}, \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴}, \frac{۳\pi}{۲}, \frac{۷\pi}{۴}\right\}$

توجه کنیم که در عبارت‌ها دیگر مقدار سینوس در بازه‌ی $[-۱, ۱]$ قرار ندارد و قابل قبول نیستند.

۱۲۲ . گزینه ۲ در تابع $y = \sin x$، عرض نقاط را در -۲ ضرب می‌کنیم.



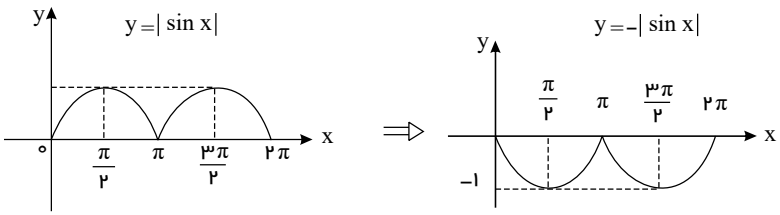
۱۲۳ . گزینه ۱ به‌طور کلی انتقال نمودار یک تابع در راستای محور xها و محور yها، تأثیری در دورهٔ تناوب یک تابع ندارد. یعنی اگر دورهٔ تناوب تابع $y = f(x)$ برابر T باشد، دورهٔ تناوب توابع $f(x) \pm k$ و $f(x \pm a)$ نیز برابر T خواهد بود. همچنین دورهٔ تناوب تابع $kf(x)$ نیز برابر T خواهد بود. اما اعمالی مانند به توان زوج رساندن یا قدرمطلق گرفتن یا تبدیل x به $g(x)$ می‌تواند دورهٔ تناوب یک تابع را تغییر دهد.

به‌عنوان مثال اگر تابع $y = \sin x$ را در نظر بگیریم، گزاره‌های «الف» و «ب» و «ج» و «د» به‌ترتیب به‌صورت $y = ۴\sin(\frac{x}{۲} + ۱)$ و $y = |\sin x|$ و $y = ۲\sin^۲ x + ۵$ و $y = ۳\sin(x^۲) + ۴$ خواهند بود که دورهٔ تناوب هیچ‌یک از آنها با دورهٔ تناوب تابع $y = \sin x$ برابر نیست.

در تابع $y = ۴\sin(\frac{x}{۲} + ۱)$ دورهٔ تناوب برابر ۴π و در تابع $y = |\sin x|$ دورهٔ تناوب برابر $T = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} = ۴\pi$ و در تابع $y = ۲\sin^۲ x + ۵$ نیز دورهٔ تناوب برابر π است و تابع $y = ۳\sin(x^۲) + ۴$ متناوب نیست، زیرا کمان آن خطی نیست، بنابراین تمام موارد داده‌شده دارای مثال نقض هستند و در هیچ‌یک از آنها نمی‌توان ادعا کرد که دورهٔ تناوب تابع f تغییری نخواهد کرد.

۱۲۴ . گزینه ۱ ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم.

$y = -\sqrt{۱ - \cos^۲ x} = -\sqrt{\sin^۲ x} = -|\sin x|$



۱۲۵ . گزینه ۳

می‌دانیم: $y = \cos ax \to T = \frac{۲\pi}{|a|}$, $y = |\cos ax| \to T = \frac{\pi}{|a|}$

عبارت $۱ - \sin ۳x$ عبارتی همواره نامثبت است، پس:

$y = -\sin ۳x + ۱ + |\cos ۳x|$

$\sin ۳x \Rightarrow T_۱ = \frac{۲\pi}{۳}$

$|\cos ۳x| \Rightarrow T_۲ = \frac{\pi}{۳}$

ک . م . م $T_۲$ و $T_۱$ برابر است با:

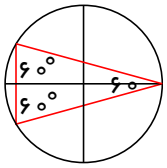
$T = \frac{۲\pi}{۳}$

۱۲۶ . گزینه ۱

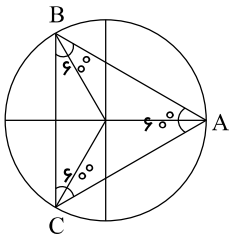
$\sin(\frac{\pi}{۲} - ۲x) + \sin(\frac{۳\pi}{۲} - x) = ۰ \Rightarrow \cos ۲x - \cos x = ۰ \Rightarrow \cos ۲x = \cos x$

$۲x = ۲k\pi + x \Rightarrow x = ۲k\pi$

$۲x = ۲k\pi - x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳}$



$x = \frac{۲k\pi}{۳}$ جواب کلی معادله است، زیرا $x = ۲k\pi$ نیز توسط $x = \frac{۲k\pi}{۳}$ تولید می‌شوند. انتهای کمانهای $x = \frac{۲k\pi}{۳}$ بر روی دایره مثلثاتی بصورت مقابل است.



$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{AC} = ۱۲۰^\circ$

$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \frac{۱۲۰^\circ}{۲} = ۶۰^\circ$

مثلث ABC متساوی الاضلاع است.

۱۲۷ . گزینه ۴ می‌دانیم: $|a + \frac{۱}{a}| \geq ۲ \rightarrow |\tan x + \frac{۱}{\tan x}| \geq ۲ \rightarrow |\tan x + \cot x| \geq ۲$

چون $|\tan x + \cot x| \geq ۲$ و $-\sqrt{\cos ۲x} \leq ۲$ است پس تساوی زمانی برقرار است که:

$$\cos ۲x = ۰ \Rightarrow ۲x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۴}, \frac{۵\pi}{۴}$$

۱۲۸ . گزینه ۳ ابتدا توجه کنید که:

$$f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{۲}\sin(x + \frac{\pi}{۴})$$

بنابراین اگر نمودار تابع $y = \sin x$ را $\frac{\pi}{۴}$ واحد به چپ ببریم و عرض نقاط آن را $\sqrt{۲}$ برابر کنیم، نمودار تابع f به دست می‌آید. پس نقطهٔ A و B روی نمودار تابع f متناظر نقاط $(\frac{\pi}{۲}, ۱)$ و $(\frac{۳\pi}{۲}, -۱)$ روی

نمودار تابع $y = \sin x$ هستند. بنابراین:

$$A = (\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۴}, ۱ \times \sqrt{۲}) \Rightarrow A = (\frac{\pi}{۴}, \sqrt{۲}) \ , \ B(\frac{۳\pi}{۲} - \frac{\pi}{۴}, -۱ \times \sqrt{۲}) \Rightarrow B(\frac{۵\pi}{۴} - \sqrt{۲})$$

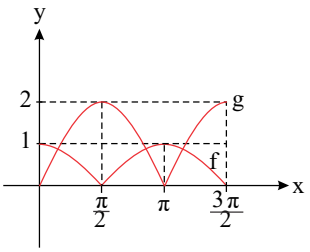
پس شیب خط گذرنده از نقاط A و B برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\sqrt{۲} - (-\sqrt{۲})}{\frac{\pi}{۴} - (\frac{۵\pi}{۴})} = \frac{۲\sqrt{۲}}{-\pi}$$

۱۲۹ . گزینه ۳ معادله را به روش هندسی حل می‌کنیم.

با فرض $f(x) = |\cos x|$ و $g(x) = |۲\sin x|$، جواب‌های معادله طول نقاط به توابع f و g است.

$$|\cos x| - ۲|\sin x| = ۰ \Rightarrow |\cos x| = ۲|\sin x| \Rightarrow |\cos x| = |۲\sin x|$$



نمودار توابع f و g در بازهٔ $[۰, \frac{۳\pi}{۲}]$ در ۳ نقطه متقاطع هستند.

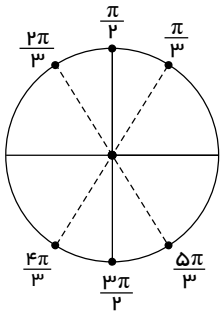
۱۳۰ . گزینه ۱ با توجه به اینکه $\sin^۲ x = ۲\sin x \cos x$ و $\cot x = \frac{\cos x}{\sin}$ داریم:

$$\frac{۳}{۲}\cot x = \sin^۲ x \rightarrow \frac{۳}{۲}\frac{\cos x}{\sin x} = ۲\sin x \cos x$$

۲۴

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \\ \dfrac{۳}{۲\sin} = ۲\sin \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \xrightarrow{\text{جواب خاص}} x = k\pi + \dfrac{\pi}{۲} \\ \sin^۲ x = \dfrac{۳}{۴} = \sin^۲ \dfrac{\pi}{۳} \rightarrow x = k\pi \pm \dfrac{\pi}{۳} \end{cases}$$

با مشخص کردن جواب‌ها روی دایرهٔ مثلثاتی، شکل روبه‌رو به‌دست می‌آید:



در صورت سؤال جواب کلی معادلهٔ مثلثاتی به‌صورت $x = k\pi + \dfrac{i\pi}{۶}$ است. با توجه به اینکه جواب‌ها به‌صورت $k\pi \pm \dfrac{\pi}{۳}$ و $k\pi + \dfrac{\pi}{۲}$ است، مجموع مقادیر i به‌صورت $\{-۲, ۲, ۳\}$ است.

۱۳۱ . گزینه ۲

$$\text{صورت} = ۰ \rightarrow ۲\sin^۲ x - \sin x - ۱ = ۰ \xrightarrow{\sin x = A} ۲A^۲ - A - ۱ = ۰ \xrightarrow{a+b+c=۰}$$

$$\begin{cases} \sin x = ۱ \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = ۲k\pi + \dfrac{\pi}{۲} \xrightarrow{k=۰} x = \dfrac{\pi}{۲} \text{ (غ ق ق (مخرج را صفر می‌کند)} \\ \sin x = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-۱}{۲} = \sin(\dfrac{-\pi}{۶}) \xrightarrow{\sin x = \sin\alpha \rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \alpha \\ x = ۲k\pi + \pi - \alpha \end{cases}} \begin{cases} x = ۲k\pi - \dfrac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \dfrac{۷\pi}{۶} \end{cases} \xrightarrow{k=۰,۱} x = \dfrac{۷\pi}{۶}, \dfrac{۱۱\pi}{۶} \\ \xrightarrow{\text{مجموع جواب‌ها}} \dfrac{۱۸\pi}{۶} = ۳\pi \end{cases}$$

۱۳۲ . گزینه ۱ دورهٔ تناوب و ماکزیمم تابع $f(x) = a\cos bx + c$ به‌ترتیب $\dfrac{۲\pi}{|b|}$ و $|a| + c$ است.

$$f(x) = -\cos\frac{\pi}{۲}x + \sqrt{۳} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{\frac{\pi}{۲}} = ۴$$

$$\max(f) = |-۱| + \sqrt{۳} = ۱ + \sqrt{۳}$$

۱۳۳ . گزینه ۲ کمترین مقدار y زمانی رخ می‌دهد که $\sin(\dfrac{\pi}{۳}(x-۲))$ برابر منهای یک باشد (زیرا سینوس در یک عدد مثبت ضرب می‌شود).

یادآوری: $\sin u = -۱ \xrightarrow[\text{معادله مثلثاتی}]{\text{حالت خاص}} u = ۲k\pi - \dfrac{\pi}{۲}$

$$\sin\left(\frac{\pi}{۳}(x-۲)\right) = -۱ \rightarrow \frac{\pi}{۳}(x-۲) = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲}$$

$$\rightarrow \frac{x-۲}{۳} = ۲k - \frac{۱}{۲} \rightarrow x - ۲ = ۶k - \frac{۳}{۲} \rightarrow x = ۶k + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۲k+۱}{۲} (k \in \mathbb{Z}) \rightarrow$$ در بین گزینه‌ها، فقط گزینه دو به این شکل است

۱۳۴ . گزینه ۴ به کمک اتحاد مزدوج و اتحادهای $\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱$ و $\cos^۲\alpha - \sin^۲\alpha = \cos ۲\alpha$ معادله را ساده می‌کنیم.

$$\sin^۴ x - \cos^۴ x = \cos\frac{x}{۲} \Rightarrow (\sin^۲ x - \cos^۲ x)(\sin^۲ x + \cos^۲ x) = \cos\frac{x}{۲} \Rightarrow -\cos ۲x = \cos\frac{x}{۲} \Rightarrow \cos(\pi - ۲x) = \cos\frac{x}{۲}$$

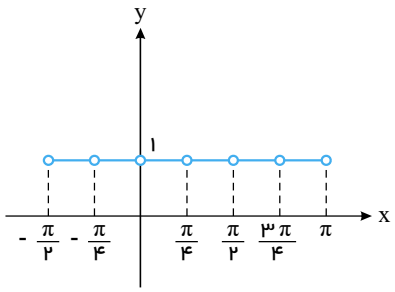
بنابراین جواب‌های معادله به‌صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} \pi - ۲x = ۲k\pi + \dfrac{x}{۲} \\ \pi - ۲x = ۲k\pi - \dfrac{x}{۲} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{۴k\pi}{۵} + \dfrac{۲\pi}{۵} \\ x = -\dfrac{۴k\pi}{۳} + \dfrac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

پس جواب‌های واقع در بازهٔ $(-\pi, \pi)$ عبارتند از: $\dfrac{۲\pi}{۵}$، $-\dfrac{۲\pi}{۵}$، $\dfrac{۲\pi}{۳}$ و $-\dfrac{۲\pi}{۳}$.

۱۳۵ . گزینه ۲

در تابع $f(x)=\frac{\tan ۲x}{\tan ۲x}$ دامنهٔ تابع f به‌صورت زیر است:



نقاطی که $\tan ۲x$ تعریف نشده است:

$$۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$$

ریشه‌های مخرج

$$\tan ۲x=۰\Rightarrow ۲x=k\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲}$$

یعنی تابع f در نقاط $x=\frac{k\pi}{۴}$ تعریف نشده است؛ بنابراین ضابطهٔ f به‌صورت زیر خواهد بود:

$$f(x)=\begin{cases}۱ & x\neq\frac{k\pi}{۴}\\ \text{تعریف نشده} & x=\frac{k\pi}{۴}\end{cases}$$

پس نمودار آن به‌صورت بالا خواهد بود و دورهٔ تناوب آن $T=\frac{\pi}{۴}$ است. (زیرا نمودار تابع در فواصلی به طول $\frac{\pi}{۴}$ تکرار می‌شود.)

۱۳۶ . گزینه ۴

نمودار تابع $y=\tan x$ به‌صورت مقابل است.

در تابع $y=\tan ax$ نمودار نسبت به محور yها قرینه شده و $x=\frac{\pi}{۲}$ به $x=-\frac{\pi}{۲۴}$ تبدیل یافته است، پس:

$$a=(-\frac{\pi}{۲۴})=\frac{\pi}{۲}\Rightarrow -\frac{a}{۲۴}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow a=-۱۲$$

۱۳۷ . گزینه ۲

نکته: $\sin ۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha,\sin u=\sin v\Rightarrow u=۲k\pi+v,u=۲k\pi+\pi-v\ \ (k\in\mathbb{Z})$

$$\sin x\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\xrightarrow{\times ۲}۲\sin x\cos x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow\sin ۲x=\sin\frac{\pi}{۳}$$

$$۲x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۶}\ \ (k\in\mathbb{Z})$$

$$۲x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۳}\ \ (k\in\mathbb{Z})$$

۱۳۸ . گزینه ۱

$$۳\sin^{۲}x+۲\sin x-۵=۰\Rightarrow\begin{cases}ll\ \sin x=۱\Rightarrow\cos x=۰\Rightarrow\text{مخرج صفر شود}\\ \sin x=\frac{-۵}{۳}\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

اگر مجموعه جواب صورت را در مخرج قرار دهیم کسر تعریف نشده می‌شود، بنابراین معادله جواب ندارد.

۱۳۹ . گزینه ۱ در تابع $f(x)=a\cos bx+c$ دورهٔ تناوب $T=\frac{۲\pi}{|b|}$ و مینیمم تابع برابر با $-|a|+c$ است.

$$f(x)=m\cos(mx)+۴\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{m}=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow m=۶$$

$$f(x)=۶\cos(۶x)+۴\Rightarrow\min f=-۶+۴=-۲$$

۱۴۰ . گزینه ۴ با توجه به نمودار، ماکزیمم تابع برابر $\frac{۵}{۲}$ و مینیمم تابع برابر $-\frac{۱}{۲}$ است، پس:

$$\left.\begin{array}{l}c+|a|=\frac{۵}{۲}\\ c-|a|=-\frac{۱}{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow ۲c=\frac{۵}{۲}-\frac{۱}{۲}=۲\Rightarrow c=۱\Rightarrow ۱+|a|=\frac{۵}{۲}\Rightarrow|a|=\frac{۳}{۲}$$

چون نمودار در شکل برخورد با محور yها دارای مینیمم است، پس a منفی است.

$$|a| = \frac{۳}{۲} \xrightarrow{a<۰} a = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow a \cdot c = -\frac{۳}{۲} \times ۱ = -\frac{۳}{۲}$$

۱۴۱ . گزینه ۴ اگر سد بر روی لایه‌هایی از سنگ گچ احداث شود، ممکن است پس از چند سال، حفرات انحلالی در سنگ ایجاد و باعث فرار آب از مخزن سد و همچنین ناپایداری بدنهٔ سد می‌شود.

۱۴۲ . گزینه ۲ $A \leftarrow$ پی سد $B \leftarrow$ بدنهٔ سد $C \leftarrow$ مخزن سد $D \leftarrow$ تکیه‌گاه چپ و $E \leftarrow$ تکیه‌گاه راست.

۱۴۳ . گزینه ۲ خاک رُس با مخلوط شدن با آب به عایق خوبی در مقابل نفوذ آب تبدیل می‌شود.

۱۴۴ . گزینه ۴ باتوجه به این‌که لایه‌های رسوبی ابتدا افقی تشکیل می‌شوند و باتوجه به شکل صورت سؤال که در آن لایه‌های ۱ تا ۳ چین‌خوردگی دارند، نتیجه می‌گیریم این لایه‌ها تحت تنش فشاری دچار چین‌خوردگی شده‌اند.
پس از تزریق تودهٔ آذرین، لایه‌ها دچار شکستگی شده‌اند، شکستگی‌ها، حاصل تنش کششی هستند.

۱۴۵ . گزینه ۳ سنگ‌های آذرین (مانند گابرو که پی سنگ سد امیر کبیر از این جنس است) و بعضی از سنگ‌های دگرگونی مانند کوارتزیت و هورنفلس می‌توانند تکیه‌گاه مناسبی برای سازه‌های سنگین باشند و برخی دیگر مانند شیست‌ها، سست و ضعیف بوده و برای پی‌سازه‌ها مناسب نیستند. سنگ گچ، نمک و شیل‌ها در برابر تنش مقاوم نیستند.

۱۴۶ . گزینه ۱ در گزینهٔ اول، امتداد لایه ها به موازات محور سد است، در نتیجه، جنس تکیه گاه سمت چپ و راست سد یکسان است. این حالت باعث استحکام زیاد سد می شود. از طرفی شیب لایه ها به سمت داخل مخزن سد است. در نتیجه آب اضافه به داخل مخزن سد منتقل می شود و امکان فرار آب کم تر است.

۱۴۷ . گزینه ۲ طبقه بندی مهندسی خاک ها بر مبنای دانه بندی، درجهٔ خمیری بودن و مقدار مواد آلی آن ها انجام می شود.

۱۴۸ . گزینه ۴ سنگ‌های تبخیری و اثر آن‌ها بر کیفیت آب زیرزمینی، دلیل مرتبطی با احداث سازهٔ زیرزمینی ندارد.

۱۴۹ . گزینه ۳ سنگ‌های آذرین (مانند گابرو که پی سنگ سد امیرکبیر از این جنس است) و بعضی از سنگ‌های دگرگونی مانند کوارتزیت و هورنفلس می‌توانند تکیه‌گاه مناسبی برای سازه‌های سنگین باشند و برخی دیگر مانند شیست‌ها، سست و ضعیف بوده و برای پی‌سازه‌ها مناسب نیستند. سنگ گچ، نمک و شیل‌ها در برابر تنش مقاوم نیستند.

۱۵۰ . گزینه ۳ این سد نامطلوب است، زیرا محور سد بر امتداد لایه‌های پی‌سنگ، عمود است و احتمال فرار آب وجود دارد.

۱۵۱ . گزینه ۳ توجه کنید که گابرو سنگ آذرین است و با آن که سنگ مناسبی برای سازه‌ها می‌باشد اما بدنهٔ سؤال، فقط سنگ دگرگونی مناسب را مورد سؤال قرار داده است. پس دو سنگ کوارتزیت و هورنفلس مناسب هستند. شیست‌ها، سست و ضعیف می‌باشند.

۱۵۲ . گزینه ۱ به‌طور کلی تونل‌ها و ترانشه‌هایی که در بالای سطح ایستابی قرار می‌گیرند، از پایداری بیشتری برخوردار هستند.

۱۵۳ . گزینه ۱ زیرسازی از دو بخش زیراساس و اساس و روسازی از دو بخش آستر و رویه تشکیل می‌شود. بخش زیراساس به‌عنوان لایهٔ زهکش عمل می‌کند.

۱۵۴ . گزینه ۲ یکی از روش‌های پایدارسازی دامنه‌ها، میخ‌کوبی است.

۱۵۵ . گزینه ۴ با توجه به بخش‌های مختلف جاده‌سازی می‌توان گفت، شانهٔ راه متعلق به روسازی است.

سجاد مختاری