



سجاد مختاری

هتريک ۱۸ اردیبهشت

سال دوازدهم

تجربی

چینش ۱

۵۸۶۶۵۲۸

بہار



پاسخنامه تشریحی

۱. گزینه ۳ جهش و شارش هردو جمعیت را دستخوش تغییر می‌نمایند ولی فقط جهش با تغییر در ماده ژنتیک افراد این کار را انجام می‌دهد و شارش موجب تغییر در ماده ژنتیک افراد نمی‌شود. رد سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: هر دو فراوانی دگره‌ها را در خزانه ژنی یک جمعیت تغییر می‌دهند.
- گزینه ۲: برای آنکه جمعیتی در حال تعادل باشد لازم است آمیزش‌ها در آن تصادفی باشد.
- گزینه ۴: انتخاب طبیعی نمی‌تواند ژن‌مود (ژنوتیپ) جدید ایجاد کند.
۲. گزینه ۱ واژگونی جزء ناهنجاری‌های کروموزومی است، در حالی که گزینه ۲ و ۳ و ۴ جزء جهش‌های کوچک هستند.
۳. گزینه ۲ گزینه ۲ (الف و ب صحیح است).
- الف) علائم مالاریا در افراد دارای ال Hb^S بروز نمی‌کند؛ زیرا انگل مالاریا نمی‌تواند در گلبول‌های قرمز این افراد زنده بماند، چرا که با ورود انگل گلبول داسی شکل شده و از بین می‌رود.
- ب) چون افراد ناخالص به مالاریا مقاوم هستند، تعدادشان نسبت به افراد سالم بیشتر می‌شود.
- ج) این بیماری مستقل از جنس نهفته است و ربطی به جنسیت ندارد. پس این مورد اشتباه است.
- د) ال بیماری فقط در گلبول‌های قرمز نابالغ بیان می‌شود.
۴. گزینه ۳ عامل ایجاد دیمر تیمین، اشعه UV است نه اشعه X . پرتوی X در سایر گزینه‌ها کاربرد دارد.
۵. گزینه ۳ گزینه ۳، موز بدون دانه دارای دانه‌های ریزی است که پس از لقاح تشکیل شده‌اند، پس در آن میوز رخ داده است و گامت‌های نوترکیب تشکیل شده‌اند. سایر گزینه‌ها:
- ۱) کال: توده سلولی که از تقسیم میتوز تشکیل شده است و بنابراین تقسیم میوز و نوترکیبی ندارد.
- ۲) ملانوما: توده بدخیم سلول‌های رنگ‌دانه‌دار پوست که با تقسیم میتوز به وجود می‌آید.
- ۴) غده سبب زمینی: از روش‌های تولیدمثل غیرجنسی گیاهان است که با تقسیم میتوز به وجود آمده است.
۶. گزینه ۲ سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱) در یاخته‌های گیاهی سانتریول وجود ندارد.
- گزینه ۳) واکوئل می‌تواند در سلول حضور نداشته باشد.
- گزینه ۴) غشای هسته در زمان تشکیل تترادها از بین رفته است.
۷. گزینه ۱ اووسیت اولیه دارای ساختار تتراد است و کراسینگ‌اور در آن رخ می‌دهد.
۸. گزینه ۱ جیرجیرک به دلیل داشتن اسکلت خارجی شانس بیشتری برای سنگواره شدن دارد.
۹. گزینه ۴ طول عمر جاندار را نمی‌توان از روی ژن‌های آن مشخص کرد. چون ژن‌ها از بدو تولد در جاندار وجود دارد و بسته به شرایط محیطی طول عمر جاندار مشخص می‌شود.
۱۰. گزینه ۳ ساختارهای همتا، ساختار یکسان و کار متفاوت دارند و ساختارهای آنالوگ کار یکسان و طرح ساختاری متفاوت دارند.
۱۱. گزینه ۲ هیدر یوکاریوت است و با توجه به وجود توالی‌های حفظ شده در بین گونه‌هایی که خویشاوندی بیشتری دارند، هیدر نسبت به باکتری‌ها شباهت بیشتری در ژنگان با انسان دارند.
- هیدر و انسان هر دو دارای DNA خطی و DNA میتوکندری هستند. DNA سایر گزینه‌ها حلقوی است و فاقد میتوکندری‌اند.
۱۲. گزینه ۱ بعضی جهش‌ها می‌توانند بیان ژن را تحت تأثیر قرار دهند و بعضی هم به جهش‌های بدون اثر معروف‌اند ولی هر سه گزینه‌ی دیگر درست هستند.
۱۳. گزینه ۳ در جهش فام‌تنی از نوع حذف قسمتی از فام‌تن از دست می‌رود؛ بنابراین مقدار دنا یاخته کاهش می‌یابد.
- بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: در جهش‌های جابه‌جایی و مضاعف شدن نیز مقدار ژن‌های موجود در هسته می‌تواند دچار تغییر نشود.
- گزینه ۲: در جهش مضاعف شدن نیز قسمتی از یک فام‌تن به فام‌تن همتا منتقل می‌شود.
- گزینه ۴: جهش‌های فام‌تنی حذفی غالباً باعث مرگ یاخته می‌شوند، بنابراین، به ندرت ممکن است در این نوع جهش نیز یاخته به رشد و نمو خود ادامه دهد.
۱۴. گزینه ۴ در هر نوع جهش کوچک مولکول حاصل از فعالیت آنزیم DNA پلی‌مراز (بسپاراز) دچار تغییر می‌شود. چون خود DNA محصول آنزیم DNA پلی‌مراز (بسپاراز) است.
- بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱): جهشی که در سلول‌های جنسی افراد روی می‌دهد، ممکن است (نه الزاماً) به زاده‌ها منتقل شود. مثلاً جهش در میتوکندری اسپرم به نسل بعد منتقل نمی‌شود.
- گزینه ۲): گاهی جهش جانیشینی در بیان ژن تأثیر ندارد. برای مثال در آمینواسیدهای چند رمزی، توالی آمینواسیدی پروتئین‌ها بعد از جهش ممکن است تغییر نکند.
- گزینه ۳): لزوماً محصول هر ژن، $mRNA$ نیست که سبب تولید رشته پلی‌پپتیدی شود. همچنین جهش می‌تواند بی‌اثر باشد.
۱۵. گزینه ۳ آمینواسید متیونین، تنها یک کدون (رمزه) دارد که همان AUG است، پس در صورت هرگونه تغییر در این کدون (رمزه)، بیان ژن تحت تأثیر قرار می‌گیرد.
- بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱): کدون (رمزه) UAA ، مربوط به رمزه پایان است و در صورت تبدیل به UGA ، که آن هم کدون (رمزه) پایان است، بیان ژن تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد.
- گزینه ۲) و ۴): کدون (رمزه) UGA ، کدون (رمزه) پایان می‌باشد و در صورت تغییر به UAA ، که آن هم کدون (رمزه) پایان است، بیان ژن تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد.
۱۶. گزینه ۳ جهش جابه‌جایی بین کروموزوم‌های غیرهمتا انجام می‌گیرد نه همتا.
۱۷. گزینه ۲ همه زاده‌های یک فرد سازگار با محیط، لزوماً فنوتیپ سازگار ندارند که انتخاب طبیعی ضامن بقای آنها باشد.
- بررسی سایر گزینه‌ها:
- گزینه ۱: درست. بسیاری از جهش‌ها تأثیری فوری بر رخ‌نمود ندارند.
- گزینه ۳: درست. از عوامل تغییر فراوانی دگره‌ها، جهش می‌تواند باعث ایجاد دگره‌های جدید و در نتیجه غنی‌تر شدن خزانه ژنی شود. البته شارش ژنی در جمعیت مقصد هم می‌تواند باعث افزایش

تنوع شود.

گزینه «۴»: درست. در رانش دگرهای این اتفاق رخ می‌دهد.

۱۸. گزینه ۲ جهش فام‌تنی اگر از نوع واژگونی باشد، توسط کاریوتیپ قابل تشخیص نیست؛ چرا که اندازه کروموزوم تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد. به دلیل آنکه این جهش در یک کروموزوم اتفاق می‌افتد، در اثر آن تنها یک دگره از صفی تک‌ژنی دچار تغییر جایگاه می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) اگر حین وقوع جهش واژگونی، شکستگی کروموزوم از درون توالی ژنی نوعی پروتئین حیاتی روی کروموزوم اتفاق افتد، ژن موردنظر تخریب شده و این پروتئین ساخته نمی‌شود.

گزینه ۳) در جهش واژگونی جهت قرارگیری قسمتی از یک فام‌تن، در جای خود معکوس می‌شود. در نتیجه در تعداد نوکلئوتیدهای کروموزوم تغییری ایجاد نمی‌شود.

گزینه ۴) جهش با ایجاد ویژگی‌های جدید در افراد می‌تواند زمینه را جهت وقوع انتخاب طبیعی مهیا سازد.

۱۹. گزینه ۲ موارد (ب) و (د) به‌درستی بیان شده‌اند.

بررسی موارد:

مورد الف) اگر این جهش کوچک در ژنگان سیتوپلاسمی یاخته اسپرم صورت گیرد، به یاخته تخم منتقل نمی‌شود.

مورد ب) توالی‌های اینترونی و اگزونی، بخشی از دنا محسوب می‌شوند که حذف آنها از ماده وراثتی جهش محسوب می‌شود.

مورد ج) اگر این جهش در کروموزوم‌های جنسی موجود در یاخته‌های پیکری صورت گیرد، به نسل بعد منتقل نمی‌شود.

مورد د) جهشی که همواره بین دو کروموزوم رخ می‌دهد، مضاعف‌شدگی است که بین دو کروموزوم همتا رخ می‌دهد؛ دو کروموزوم همتا باید ژن‌های مربوط به صفات مشابه را داشته باشند؛ حالا یکی از آنها برخی از ژن‌ها را نداشته و دیگری دو ژن را با هم دارد.

۲۰. گزینه ۳ جهش کروموزومی مضاعف‌شدگی بین کروموزوم‌های همتا رخ می‌دهد. در زنان به دلیل همتا بودن کروموزوم‌های جنسی، امکان مشاهده چنین پدیده‌ای وجود دارد. بخش قشری غده فوق کلیه مقدار اندکی از هورمون‌های جنسی زنانه و مردانه را در بدن هر دو جنسیت به خون ترشح می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) ژنگان هسته‌ای در یاخته‌های زنان روی ۲۳ کروموزوم قرار گرفته است.

گزینه ۲) هورمون پرولاکتین در بدن مردان نقش مؤثری در تنظیم فرایندهای دستگاه تولیدمثلی دارد.

گزینه ۴) مردان بین سنین ۲۰ تا ۵۰ سالگی شدت تغییرات تراکم استخوان بیشتری نسبت به زنان خود بروز می‌دهد.

۲۱. گزینه ۳ از آنجایی که کدون AUG تنها رمز موجود برای آمینواسید متیونین است. هرگونه جهش نقطه‌ای جانشینی منجر به تغییر آمینواسید می‌شود و به طور قطع بر روی بیان ژن تأثیرگذار است. کدون‌های UGA, UAA و UAG کدون‌های پایان ترجمه بوده و تبدیل شدن آن‌ها به یکدیگر می‌تواند تأثیری بر بیان ژن نداشته باشد.

۲۲. گزینه ۲ هر نوع جهش نقطه‌ای نوع دوم، سبب کاهش یا افزایش تعداد نوکلئوتیدهای ژن می‌شود و در نتیجه می‌تواند سبب تغییر در تعداد آمینواسیدهای پروتئین حاصل شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: معمولاً جهش جانشینی در ژن، بر تعداد نوکلئوتیدهای RNA بی‌تأثیر است؛ اما اگر این جهش در جایگاه پایان رونویسی رخ دهد، می‌تواند سبب تغییر طول RNA نیز شود.

گزینه «۳»: اگر تعداد نوکلئوتیدهای حذف یا اضافه شده، مضربی از سه باشند، چارچوب خواندن تغییری نخواهد کرد.

گزینه «۴»: به عنوان مثال اگر جهش جانشینی، کدون یک آمینواسید را به کدون دیگری از همان آمینواسید تبدیل کند، تغییری در آمینواسیدهای پروتئین ایجاد نخواهد شد.

۲۳. گزینه ۳ تغییر ماندگار در ماده ژنتیک را جهش می‌نامند؛ اما شارش ژنی می‌تواند باعث افزوده شدن ژن‌ها و ال‌های جدید به جمعیت شود، ولی نمی‌تواند ماده ژنتیک هر فرد را تغییر دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: چون رانش پدیده‌ای تصادفی است، در جمعیت‌های مختلف لزوماً اثرات یکسانی نخواهد داشت.

گزینه «۲»: شارش ژنی با طی شدن زمان می‌تواند شباهت دو جمعیت را به یکدیگر بیشتر کند و این ویژگی در شارش ژنی دوطرفه دیده می‌شود.

گزینه «۴»: رانش دگرهای و آمیزش غیرتصادفی از عوامل برهم‌زننده تعادل جمعیت محسوب می‌شوند.

۲۴. گزینه ۴ فراوانی ال‌های نامطلوب، در طول سالیان به علت شایستگی کمی که دارند، کاهش می‌یابد.

۲۵. گزینه ۴ گونه‌زایی هم‌میهنی می‌تواند ناشی از اشتباه در میوز و جدا نشدن کروموزوم‌ها باشد که در یک نسل رخ می‌دهد و تغییرات حاصل تدریجی نیست، در حالی که گونه‌زایی دگرمیهنی با قطع یا کاهش شارش ژن بین دو جمعیت، (که در ابتدا به یک گونه تعلق دارند) دیگر عوامل مؤثر بر تغییر گونه‌ها نظیر جهش، رانش ژن و انتخاب طبیعی اثر خود را به تدریج اعمال می‌کنند. لذا این گونه‌زایی می‌تواند چندین نسل طول بکشد.

۲۶. گزینه ۲ انتخاب طبیعی با حذف افراد ناسازگار جمعیت را با محیط سازگار می‌کند؛ جهش عاملی است که با تغییر در دنا افراد، مستقیماً توانایی ایجاد صفت سازگار در آنها را دارد. اگرچه جهش از عوامل برهم‌زننده تعادل جمعیت محسوب می‌شود؛ اما طی وقوع آن همواره این اتفاق رخ نمی‌دهد. اگر تعداد جهش‌های رفت (مثلاً تبدیل دگره A به B) و برگشت (تبدیل دگره B به A) برابر باشد، تعادل جمعیت حفظ می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: طبق توضیحات مفهوم شد که انتخاب طبیعی عاملی است که در صورت وقوع، قطعاً تعادل موجود در جمعیت را بر هم می‌زند؛ اما تعادل موجود در جمعیت ممکن است با وجود جهش همچنان برقرار باشد.

گزینه «۳»: جهش پدیده‌ای تصادفی است؛ اما انتخاب طبیعی عاملی است که با توجه به شرایط محیطی افراد سازگار را انتخاب می‌کند.

گزینه «۴»: در جمعیت متعادل، طی هر شرایطی مجموع فراوانی دگرها ثابت می‌باشد.

۲۷. گزینه ۳ نکته مهم در مورد این سؤال آن است که جهش تغییر چارچوب، به جهشی گفته می‌شود که در طی آن با حذف یا اضافه تعدادی (که مضرب ۳ نیست) از نوکلئوتیدها، روش خوانده شدن کدون‌ها تغییر کند؛ حذف سه نوکلئوتید (یک رمزه) در چارچوب خوانده شدن رمزه‌های دیگر تأثیری ایجاد نمی‌کند؛ در نتیجه جهش تغییر چارچوب محسوب نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: حذف شدن نوکلئوتید تیمین دار از مولکول دنا در بخش دارای رمزهای ساخت پروتئین با تغییر در چارچوب خواندن، می‌تواند چنین تأثیری داشته باشد. اگر این نوکلئوتید حذف شده

مکمل ریبونوکلوئید آدنین دار از کدون *AUG* باشد، ممکن است از سنتز نوعی آنزیم حیاتی فتوسنتزی ممانعت به عمل آید.

گزینه ۲: حذف دو نوکلئوتید از بخش دارای رمز (ژن) دنا و همچنین حذف یک نوکلئوتید از آن، سبب تغییر در چارچوب خواندن می‌شود؛ اما در ارتباط با میزان تغییرات و اثرات آنها هیچ قطعیتی وجود ندارد.

گزینه ۴: جهش تغییر چارچوب، با حذف یا اضافه تعدادی (غیر از مضرب ۳) نوکلئوتید از دنا همراه است. اگر این نوکلئوتیدها درون ژن‌هایی قرار داشته باشند که رونویسی از روی آنها صورت گیرد، قطعاً در رنای ساخته شده دچار تغییر در تعداد پیوندهای فسفودی‌استر می‌شوند.

۲۸. گزینه ۲ هرگاه قسمتی از یک کروموزوم حذف شود، باز هم نسبت بازهای پورین به پیریمیدین در دنا ثابت می‌ماند. در واقع در مولکول دنا به‌طور معمول تعداد بازهای پورین با تعداد بازهای پیریمیدین برابر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در صورتی که جابه‌جایی قطعات بین کروموزوم‌ها دو طرفه باشد و یا قسمت‌های میانی یکی از کروموزوم‌ها شکسته شود، امکان تشکیل پیوند فسفودی‌استر جدید وجود دارد.

گزینه ۳: در تغییر واژگونی امکان جابه‌جاشدن سانترومر وجود دارد.

گزینه ۴: اگر این قسمت به بخش‌های میانی کروموزوم همتا افزوده شود، در هر دو کروموزوم پیوند فسفودی‌استر شکسته می‌شود.

۲۹. گزینه ۴ با توجه به فرض صورت سؤال که یک زن بالغ می‌باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) کراسینگ‌اور، جهش نیست.

گزینه ۲) در پدیده کراسینگ‌اور که در هنگام جفت‌شدن کروموزوم‌های همتا (ایجاد تتراد) روی می‌دهد، قطعه‌ای از یک کروموزوم با قطعه متناظر خود در کروموزوم همتا مبادله می‌شود.

گزینه ۳) در پدیده کراسینگ‌اور اگر قطعات مبادله شده دگره‌های مشابه داشته باشند؛ ترکیبات جدید دگره‌ای ایجاد نمی‌شود.

گزینه ۴) در حین وقوع کراسینگ‌اور، هم پیوندهای فسفودی‌استر شکسته می‌شوند و هم پیوندهای فسفودی‌استر جدید تشکیل می‌شوند.

۳۰. گزینه ۳ بررسی عبارتهای نادرست؛

عبارت «الف»: ژنوم به‌کل محتوای ژنتیک گفته می‌شود و در یوکاریوت‌ها برابر است با مجموع محتوای ژنتیک هسته‌ای و سیتوپلاسمی. ژنوم هسته‌ای را کل محتوای ژنتیک در یک مجموعه کروموزوم در نظر می‌گیرند. عبارت «ب»: اگر تغییر ناشی از جهش در جایی دور از جایگاه فعال رخ دهد به‌طوری‌که در آن اثری نگذارد، احتمال تغییر در عملکرد آنزیم کم یا صفر است. عبارت «د»: جهش ممکن است ارثی یا اکتسابی باشد. جهش ارثی از یک یا هر دو والد به فرزند می‌رسد. این جهش در گامت‌ها وجود دارد که پس از لقاح جهش را به زیگوت منتقل می‌کند. این نحوه ایجاد جهش ارثی است.

۳۱. گزینه ۴ کراسینگ‌اور در پروفاز میوز *I* به وقوع می‌پیوندد، در پروفاز میوز *II* اساساً تترادی وجود ندارد تا تبادل قطعه بین کروماتید غیرخواهری آن انجام شود!

۳۲. گزینه ۴ همه موارد عبارت را به درستی تکمیل می‌کنند. «الف» در تشکیل بعضی دیگر از میوه‌های بدون دانه، لقاح انجام می‌شود اما رویان، قبل از تکمیل مراحل رشد و نمو از بین می‌رود. اگر چه به این نوع میوه‌ها نیز میوه‌های بدون دانه می‌گویند اما واقعیت این است که درون این نوع میوه‌ها، دانه‌های نارس و ریزی وجود دارند که پوسته آن‌ها نازک است؛ مانند موز. «ب» در گل مغربی تتراپلوئید از لقاح اسپرم دیپلوئید و تخم‌زای دیپلوئید، رویانی ایجاد می‌شود که تتراپلوئید است. «ج» در تشکیل بعضی از میوه‌های بدون دانه، بدون آن که لقاح صورت بگیرد، بخش‌هایی از گل با کمک تنظیم‌کننده‌های رشد گیاهی، رشد و نمو می‌کنند و میوه بدون دانه پدید می‌آید؛ مانند پرتقال بدون دانه. «د» در گل مغربی تتراپلوئید، تخم ضمیمه $4n = 6n$ است.

۳۳. گزینه ۴ ژن دورشته‌ای است و وقتی ۱۲ نوکلئوتید از وسط ژن حذف می‌شود، پس ۶ نوکلئوتید از *mRNA* کم شده و در صورت حذف از وسط ژن، رمز پایان که در *mRNA* قرار دارد آسیب نمی‌بیند بنابراین پلی‌پپتید حاصل ممکن نیست که چند آمینواسید اضافه داشته باشد.

گزینه ۱: ۶ نوکلئوتید در *mRNA* معادل ۲ رمز برای ۲ آمینواسید است، بنابراین، چنین جهشی ممکن است سبب حذف ۲ آمینواسید از پلی‌پپتید طبیعی باشد.

گزینه ۲: اگر ۶ نوکلئوتید حذف شده در *mRNA* درست متعلق به ۲ کدون نباشد، امکان دارد علاوه بر حذف رمز ۲ آمینواسید اسم رمز یک آمینواسید را هم تغییر دهد.

گزینه ۳: با توجه به توضیحات داده شده برای گزینه ۴ صحیح می‌باشد.

۳۴. گزینه ۲ مورد «آ» نادرست: انتخاب طبیعی الل جدید تولید نمی‌کند، الل‌های جدید توسط جهش ایجاد می‌شوند.

مورد «ب» درست: جمعیتی در حالت تعادل قرار دارد که در آن جهش، شارش، رانش و انتخاب طبیعی صورت نگیرد.

مورد «پ» درست: انتخاب طبیعی ضمن تغییر فراوانی ال‌ها باعث سازش جانداران با محیط می‌شود.

مورد «ت» نادرست: جهش می‌تواند فراوانی الی را افزایش یا کاهش دهد. شارش معمولاً در جمعیت پذیرنده فراوانی الی را افزایش و در جمعیت مبدأ فراوانی الی را کاهش می‌دهد البته این در صورتی است که شارش ژن یک‌طرفه باشد.

۳۵. گزینه ۲ گزینه ۱ نادرست: در مورد جهش باید گفت که بدون جهش هیچ نوع گوناگونی در میان افراد یک جمعیت دیده نخواهد شد ولی با رانش ژن گوناگونی افراد جمعیت کاهش می‌یابد.

گزینه ۲ درست: در شارش تعدادی از ال‌های جمعیت مبدأ به جمعیت مقصد وارد می‌شود، پس از تعداد ال‌های جمعیت مبدأ کاسته می‌شود. در رانش هم تعدادی از ال‌های جمعیت می‌تواند کاهش یابد.

گزینه ۳ نادرست: رانش باعث تغییر فراوانی ال‌ها می‌شود ولی برخلاف انتخاب طبیعی منجر به سازش نمی‌شود.

گزینه ۴ نادرست: در انتخاب طبیعی، تفاوت‌های فردی و در نتیجه گوناگونی کاهش می‌یابد ولی در جهش گوناگونی بین افراد جمعیت افزایش می‌یابد.

۳۶. گزینه ۳ مورد «آ» درست: مقایسه ژن‌های هموگلوبین در افراد بیمار و سالم نشان می‌دهد که در رمز مربوط به آمینواسیدی از هموگلوبین، نوکلئوتید *A* به جای *T* قرار گرفته است. همچنین باید به این نکته توجه داشت که به علت وجود رابطه مکملی بین بازها، تغییر در یک نوکلئوتید از یک رشته *DNA*، نوکلئوتید مقابل در رشته دیگر را تغییر می‌دهد.

مورد «ب» درست: *GAA* کدون آمینواسید در حالت طبیعی است، آنتی‌کدون آن *CUU* می‌باشد و در رابطه با کدون در حالت غیرطبیعی (*GUA*) و آنتی‌کدون آن، تعداد پیوندها برابر با حالت طبیعی است. زیرا در اثر رابطه مکملی بین بازها همواره پورین در برابر پیریمیدین قرار می‌گیرد.

مورد «پ» نادرست: در کدون تغییر یافته دو باز پورین و در کدون طبیعی ۳ باز پورین وجود دارد.

مورد «ت» درست: جهش تغییر دائمی در نوکلئوتیدهای ماده وراثتی است و تغییر در یک نوکلئوتید از میلیون‌ها نوکلئوتید انسان می‌تواند پیامدی وخیم داشته باشد (همانند کم‌خونی ناشی از گلبول‌های قرمز داسی شکل) گاهی در همانندسازی *DNA* اشتباهی صورت می‌گیرد و آنزیم *DNA* پلی‌مراز برای جلوگیری از اثر این اشتباه برمی‌گردد و طی ویرایش، با فعالیت نوکلئاز

(شکستن پیوند فسفودی استر) نوکلئوتید نادرست را از DNA حذف می کند، اما در صورتی که عمل ویرایش رخ ندهد این تغییر دائمی خواهد بود (جهش)

۳۷. گزینه ۱ مورد «الف» درست؛ زیرا؛ برای تولید پروتئینی نظیر هموگلوبین نیاز به سلامت عملکرد و ساختار ریبوزومها است. آنزیم RNA پلیمراز ۱ مسئول تولید $rRNA$ ی مستقر در دو زیرواحد ریبوزوم است. نقص در این مولکول، تولید پروتئین را با مشکل مواجه می شود. مورد «ب» درست؛ زیرا؛ آنزیم RNA پلیمراز ۲ مسئول تولید $mRNA$ مربوط به پروتئینهای ریبوزومی است و در صورت نقص، تولید این زیرواحدها و تولید هموگلوبین با مشکل مواجه می کند. مورد «ج» درست؛ زیرا؛ گلبول قرمز بالغ فاقد هسته، DNA و آنزیمهای RNA پلیمراز است. اما اگر فرد به بیماری مالاریا مبتلا شده باشد و انگل تک سلولی یوکاریوت وارد گلبول قرمز شده باشد. در آنجا چرخه ای از زندگی خود را طی می کند که نتیجه آن فعالیت انواع آنزیمهای RNA پلیمراز درون گلبول قرمز است. مورد «د» درست. زیرا؛ هورمون اریتروپویتین که در اثر کاهش اکسیژن رسانی از بافت کبد و کلیه ترشح می گردد به گیرنده های پروتئینی خود در سلولهای بنیادی مغز استخوان متصل شده، موجب تحریک تقسیم سلولی و تولید گلبولهای قرمز جدید می گردد. در صورتی که ژن مربوط به تولید این گیرنده ها دچار جهش ناقص کننده ساختار و عملکرد شده باشد، اتصال هورمون به گیرنده امکان پذیر نخواهد بود و علائم کم خونی علی رغم تولید اریتروپویتین همچنان پابرجا خواهد بود.

۳۸. گزینه ۱ تمامی موارد به نادرستی بیان شده اند.

بررسی موارد:

مورد ۱- اگر سلول پیکری مورد نظر، قدرت تقسیم داشته باشد، جهش می تواند در سلولهای حاصل از تقسیم نیز مشاهده شود.

مورد ۲- توجه داشته باشید کدون در توالی $mRNA$ قرار دارد نه در توالی خود ژن.

مورد ۳- جهش تغییر در چارچوب الزاماً حذف یا اضافه شدن یک نوکلئوتید نیست؛ بلکه ممکن است تعداد بیشتری نوکلئوتید حذف یا اضافه شود. ولی حتماً باید مضربی از عدد سه نباشد.

مورد ۴- طی وقوع جهش جانشینی تغییری در تعداد نوکلئوتیدهای ماده وراثتی ایجاد نمی شود.

۳۹. گزینه ۴ توجه شود که منظور سؤال انتخاب طبیعی است.

بررسی سایر موارد:

گزینه ۱: انتخاب طبیعی باعث تغییر در جمعیت می شود و تغییری در افراد ایجاد نمی کند.

گزینه ۲: هر دو عامل رانش الی و انتخاب طبیعی می توانند فراوانی نسبی الیها را افزایش بدهند.

گزینه ۳: بسیاری جهش موجب تغییر در جمعیت های بعدی شود و در جمعیت نخستین تأثیری ندارد.

۴۰. گزینه ۳ تنها مورد "د" درست می باشد

بررسی سایر عبارات:

الف) توجه شود که با اینکه گلبول قرمز می تواند داسی شود، ولی هموگلوبین تنها تغییر شکل می دهد اما داسی شکل نمی شود.

ب) جهش جانشینی در یک نوکلئوتید منجر به تغییر در یک جفت نوکلئوتید می شود.

ج) توجه شود که در این جهش یک نوکلئوتید به وسیله نوکلئوتید دیگر جانشین می شود نه اینکه باز آلی مستقیماً جانشین شود!

۴۱. گزینه ۴ جهش جابجایی منجر به تغییر در اندازه فام تن شده و در نتیجه منجر به تغییر در کاربوتیپ می شود.

بررسی سایر گزینه ها:

۱) اغلب جهش های بزرگ از نوع حذف موجب مرگ می شوند و هر جهش حذفی الزاماً موجب مرگ نمی شود.

۲) همه جهش های کوچک از نوع حذف و اضافه منجر به تغییر در چارچوب خواندن نمی شوند (برای مثال اگر تعداد نوکلئوتیدهای حذف یا اضافه شده مضربی از سه باشد چارچوب خواندن دچار تغییر نمی شود).

۳) توجه کنید که جهش مضاعف شدگی بین فام تن های همتا رخ می دهد در صورتی که فام تن های جنسی یک مرد همتا نمی باشند!

۴۲. گزینه ۳ جهش در دنا راکیزه این زامه ها (به علت عدم ورود بخش میانی زامه به تخمک) به نسل بعد منتقل نمی شود.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه «۱»: ژنگان هسته ای گونه انسان شامل ۲۲ فام تن غیرجنسی به علاوه فام تن های جنسی X و Y است. در ژنوم هسته ای زن، فام تن Y وجود ندارد.

گزینه «۲»: تمامی جانوران، توانایی انجام تقسیم میتوز (رشته مان) را دارند.

گزینه «۴»: آمیزش هایی که به رخ نمود یا ژن بستگی ندارد، تصادفی اند. انتخاب طبیعی (همانند آمیزش غیر تصادفی و برخلاف آمیزش تصادفی) باعث به هم خوردن تعادل می شود.

۴۳. گزینه ۲

شارش یکی از عوامل موثر در تغییر فراوانی نسبی ژن نمودها است. گاهی بر اثر وقوع رخدادهای زمین شناختی و سدهای جغرافیایی، جمعیت به دو قسمت جداگانه تقسیم می شود. این سدهای جغرافیایی، ارتباط دو قسمت را که قبلاً به یک جمعیت تعلق داشتند، قطع می کنند و بین آنها دیگر شارش ژن صورت نمی گیرد.

بر اثر وقوع پدیده هایی همچون جهش، نوترکیبی و انتخاب طبیعی، به تدریج دو جمعیت یاد شده با یکدیگر متفاوت می شوند. از آنجا که شارش ژن میان آنها وجود ندارد، این تفاوت بیشتر و بیشتر می شود، تا جایی که حتی اگر این دو جمعیت کنار هم باشند، آمیزشی بین آنها رخ نخواهد داد.

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه های (۱) و (۳): ابتدا باید شارش متوقف شود و سپس نوترکیبی، جهش و انتخاب طبیعی عمل می کنند.

گزینه (۴): فرایند گونه زایی دگر میهنی تدریجی است نه ناگهانی.

۴۴. گزینه ۳ اگر خطای جدانشدن فام تنی در آنافاز ۲ رخ دهد، دو گامت طبیعی و یک گامت دولاد و یک گامت خالی ایجاد می شود. اگر خطای جدانشدن فام تنی در آنافاز ۱ رخ دهد، دو گامت خالی ایجاد می شود و دو گامت دیگر نیز دولاد خواهند بود.

طبق توضیحات فوق گزینه ۳ ممکن نیست.

۴۵. گزینه ۱ در سلول هایی که دارای اندامک های غشادار است یعنی یوکاریوت ها

الف) ژن ها می توانند در اندامک های دو غشایی مثل هسته و راکیزه دیده شوند.

ب) تنظیم بیان ژن در چند مرحله از زندگی سلول دیده شود.



ج) پروتئين‌هایی با ساختار چهارم بعد از حذف هسته توليد شود مثل گلبول قرمز که هموگلوبين دارد.

ه) در بعضی سلول‌ها که چند لادی می‌شوند چند دگره از یک ژن دیده می‌شود.

چهار مورد فوق درست است اما مطلب چلیپایی شدن یا کراسینگ اور زمانی موجب کام یا گامت نوترکیب می‌شود که ال‌ها ناخالص باشند.

بنابراین از پنج مورد فوق چهار مورد حتماً درست است.

۴۶. گزینه ۱ اگر بسامد زاویه‌ای ω معلوم باشد، می‌توان رابطه‌ای به صورت زیر شتاب و تندی بیشینه در حرکت هماهنگ ساده نوشت:

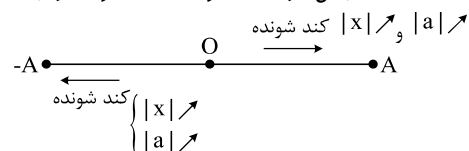
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2.5}{0.1}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\begin{cases} v_{\max} = A\omega \\ a_{\max} = A\omega^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{v_{\max}}{a_{\max}} = \frac{A\omega}{A\omega^2} = \frac{1}{\omega} \Rightarrow \frac{0.2}{a_{\max}} = \frac{1}{5} \Rightarrow a_{\max} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۴۷. گزینه ۱ زمانی حرکت کندشونده است که نوسانگر در حال دور شدن از مبدأ به سمت انتهای مسیر باشد، همچنین می‌دانیم در انتهای مسیر شتاب بیشینه است.

کندشونده $\rightarrow |x| \uparrow \rightarrow |a| \uparrow$

کندشونده $\begin{cases} |x| \uparrow \\ |a| \uparrow \end{cases}$



۴۸. گزینه ۴

می‌دانیم که در نقاط بازگشت که $x = \pm A$ است، مقدار شتاب نوسانگر نیز بیشینه می‌شود. در اینجا که نوسانگر در $t = 0$ از مکان $x = +A$ شروع به نوسان کرده، برای اولین بار در مکان $x = -A$ ، مقدار شتابش برای اولین بار بیشینه می‌شود، پس داریم:

$$\Delta t = \frac{T}{2}$$

۴۹. گزینه ۲ روش اول:

فاز نوسانگر را در لحظه $t = 0.2\text{s}$ به دست می‌آوریم. با توجه به رابطه سرعت داریم:

$$v = v_{\max} \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{v}{v_{\max}} = \frac{-\pi}{2\pi} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \theta = \frac{2\pi}{3} \text{ rad} \\ \theta = \frac{4\pi}{3} \text{ rad} \end{cases}$$

از آنجا که پس از لحظه $t = 0.2\text{s}$ بزرگی سرعت گلوله کم می‌شود. بنابراین $\theta = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$ است. اکنون سرعت زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

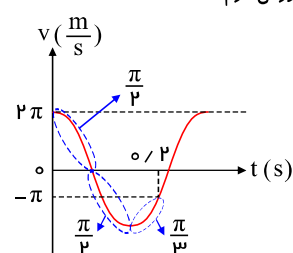
$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\frac{4}{3}\pi - 0}{0.2 - 0} = \frac{20\pi}{3} \text{ rad}$$

باتوجه به رابطه شتاب بیشینه داریم:

$$\begin{aligned} a_{\max} &= A\omega^2 \xrightarrow{v_{\max} = A\omega} a_{\max} = v_{\max} \omega \\ \Rightarrow a_{\max} &= 2\pi \times \frac{20\pi}{3} = \frac{400}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \xrightarrow{\pi \propto \frac{T}{2}} \Delta t = \frac{2T}{3} \\ \Rightarrow 0.2 &= \frac{2T}{3} \Rightarrow T = 0.3\text{s} \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = \frac{2\pi}{0.3} \\ \Rightarrow \omega &= \frac{20\pi}{3} \text{ rad/s} \end{aligned}$$



بنابراین بیشینه شتاب برابر است با:

$$a_{\max} = v_{\max} \times \omega \Rightarrow a_{\max} = 2\pi \times \frac{20\pi}{3} = \frac{400}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۵۰. گزینه ۳ باتوجه به رابطه شتاب بیشینه و سرعت بیشینه یک نوسانگر هماهنگ ساده، داریم:

$$\begin{aligned} a_{\max} &= A\omega^2 \xrightarrow{v_{\max} = A\omega} v_{\max} = \frac{a_{\max}}{\omega} \\ \rightarrow v_{\max} &= \frac{0.2\pi^2}{2\pi \times 4} = \frac{\pi}{40} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.5\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} \end{aligned}$$

۵۱. گزینه ۱ به طور کلی در سؤال‌هایی که بیشینه جابه‌جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیک‌های مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در اینصورت داریم:



$$\Delta t_{OB} = \frac{T}{12} \Rightarrow \frac{1}{300} = \frac{T}{12} \rightarrow T = 0.04s \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} f = \frac{1}{0.04} \rightarrow f = 25Hz$$

۵۲. گزینه ۳ نوسانگر در لحظه $t = 0$ از مرکز نوسان عبور می‌کند پس:

$$x = A \sin \omega t$$

بسامد زاویه‌ای نوسان‌ها برابر است با:

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 2\pi \times 5 = 10\pi \frac{rad}{s} \quad (1)$$

در مرکز نوسان سرعت نوسانگر بیشینه است، داریم:

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow 0.6\pi = A \times 10\pi \Rightarrow A = 0.06m \quad (2)$$

حال معادله شتاب نوسانگر را نوشته و اندازه‌ی شتاب را در لحظه $t = \frac{1}{60}s$ حساب می‌کنیم.

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} a = -0.06 \times (10\pi)^2 \sin\left(10\pi \times \frac{1}{60}\right) = -30 \frac{m}{s^2}$$

$$t = \frac{1}{60}s$$

۵۳. گزینه ۴ ابتدا با استفاده از معادله شتاب، بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم.

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{a=-\pi^2 x} -\pi^2 x = -\omega^2 x \Rightarrow \omega^2 = \pi^2 \Rightarrow \omega = \pi \frac{rad}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه بیشینه سرعت، دامنه‌ی نوسان را به دست می‌آوریم و در نهایت با استفاده از رابطه $F_{max} = mA\omega^2$ بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر را حساب می‌کنیم.

$$v_{max} = 10\pi \frac{cm}{s} \xrightarrow{v_{max}=10\pi \frac{cm}{s}} 10\pi = A \times \pi \Rightarrow A = 10cm \Rightarrow A = 0.1m$$

$$\omega = \pi \frac{rad}{s}$$

$$F_{max} = mA\omega^2 \xrightarrow{m=10g=0.01kg} F_{max} = 0.01 \times 0.1 \times \pi^2$$

$$A=0.1m, \omega=\pi \frac{rad}{s}$$

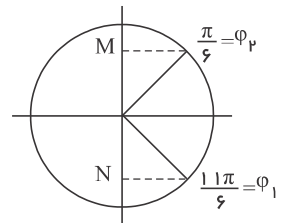
$$\pi^2=10 \xrightarrow{\pi^2=10} F_{max} = 0.01 \times 0.1 \times 10 \Rightarrow F_{max} = 0.01N$$

۵۴. گزینه ۱ طبق رابطه $d = v\Delta t$ حداکثر مسافت مربوط به بازه‌های زمانی است که سرعت نوسانگر در آن‌ها بیشتر است. چون در اطراف مرکز نوسان (وضع تعادل)، نوسانگر بیشترین سرعت را دارد، بنابراین، باید زمان $\frac{1}{3}s$ را به صورت دو بازه زمانی به طول $\frac{1}{6}s$ در دو طرف نقطه تعادل در نظر گرفت. با توجه به شکل حداکثر مسافت برابر $\overline{MN}$ است که نوسانگر با حداکثر سرعت و بدون تغییر جهت از M تا N طی می‌کند. چون $\overline{MC} = \overline{NC}$ است. کافی است فاصله $\overline{MC}$ را به دست آورده و آن را دو برابر کنیم.

$$x = 10 \sin(\pi t)$$

$$x = \overline{MC}, t = \frac{1}{6}s \xrightarrow{x=\overline{MC}, t=\frac{1}{6}s} \overline{MC} = 10 \sin\left(\pi \times \frac{1}{6}\right) \Rightarrow \overline{MC} = 10 \times \frac{1}{2} \Rightarrow \overline{MC} = 5m$$

$$\overline{MN} = \overline{MC} + \overline{NC} = 5 + 5 \Rightarrow \overline{MN} = 10m$$



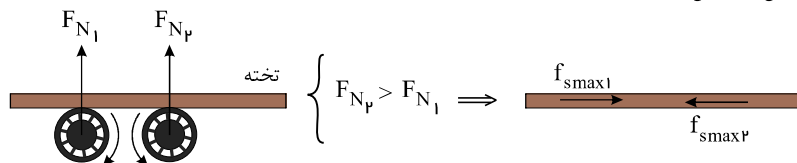
۵۵. گزینه ۴ به طور کلی در سؤالی که بیشینه جابه‌جایی در یک مدت معین مطلوب باشد، باید نزدیکیهای مرکز تعادل (که دارای تندی بیشینه است) نوسان کنیم. در اینصورت داریم:

$$\begin{cases} \Delta t = \frac{T}{6} \\ |\Delta x_{max}| = A \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{4} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{2}A \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta t = \frac{T}{3} \\ |\Delta x_{max}| = \sqrt{3}A \end{cases}$$

حال با توجه به اینکه طول پاره خط $8cm$ است، دامنه نوسان $4cm$ ، بنابراین:

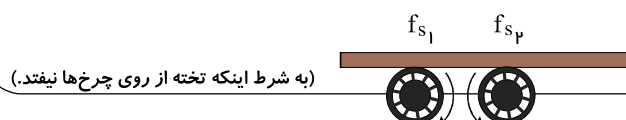
$$\Delta x_{max} = A\sqrt{2} = 4\sqrt{2}cm$$

۵۶. گزینه ۱ بدیهی است که با توجه به شکل، چرخ (۲) وزن بیشتری از تخته را تحمل می‌کند؛ یعنی:



$$\Rightarrow f_{s,max2} > f_{s,max1} \xrightarrow[\text{روی چرخ‌ها}]{\text{و حتی در صورت لغزش}} f_{k2} > f_{k1}$$

در هر صورت ابتدا $f_{s2} > f_{s1}$ و تخته به سمت چپ حرکت می‌کند و این حرکت ممکن است تا اینکه قضیه وارونه شود ادامه یابد.



(به شرط اینکه تخته از روی چرخ‌ها نیفتد.)



بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$\omega = \frac{A\omega}{A} \Rightarrow \omega = \frac{0.2\pi}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

پس معادله شتاب - زمان به صورت مقابل است:

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow{x=A \cos \omega t} a = -A\omega^2 \cos(\omega t) \Rightarrow a = -2 \times 10^{-2} \times 100\pi^2 \cos(10\pi t) \Rightarrow a = -2\pi^2 \cos(10\pi t)$$

۵۸. گزینه ۳ گزینه ۳ نادرست است. توجه کنید که هرگاه شتاب و سرعت نوسانگر مختلف علامت باشند حرکت کند شونده است.

نکته: هرگاه مکان و سرعت مختلف علامت باشند یعنی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان ($x = 0$) است.

۵۹. گزینه ۳ گام اول

وقتی می‌گوییم ۶۰ بار طول پاره‌خط نوسان را طی می‌کند یعنی ۳۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. پس می‌توان دوره نوسان و بسامد زاویه‌ای را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{60}{30} = 2 \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \boxed{\omega = \pi \text{ rad/s}}$$

$$\text{طول پاره‌خط نوسان} = 2A = 50 \text{ cm} \rightarrow A = 25 \text{ cm} \rightarrow \boxed{A = \frac{1}{4} \text{ m}} \rightarrow \boxed{A = 0.25 \text{ m}}$$

گام دوم

$$v_{\max} = A\omega = \frac{1}{4} \times \pi = \frac{\pi}{4} \text{ (m/s)} \xrightarrow{\pi \approx 3} \boxed{v_{\max} = 0.75 \text{ m/s}}$$

$$\text{بنابراین: } \boxed{v \leq v_{\max} = 0.75 \text{ m/s}}$$

گام سوم

اگر بردار مکان را با $\vec{r}$ نشان دهیم داریم: $|\vec{r}| \leq A = 0.25 \text{ m}$

توجه: البته بین $\vec{v}$ در هر لحظه و مکان نوسانگر (x) رابطه: $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$ وجود دارد که این موضوع خارج از کتاب درسی است، اما گزینه‌ها به گونه‌ای است که نیازی به استفاده از رابطه فوق نیست. دقت کنیم علامت $\vec{v}$ و $\vec{r}$ به هم وابسته نمی‌باشند.

۶۰. گزینه ۴ با توجه این‌که دوره نوسانات ۲۵ درصد افزایش می‌یابد، می‌توان نوشت:

$$T_2 = T_1 + \frac{25}{100}T_1 = \frac{5}{4}T_1 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{5}{4}$$

با استفاده از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ و ثابت ماندن k می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{5}{4} = \sqrt{\frac{m_2}{240}} \Rightarrow m_2 = 375 \text{ g}$$

یعنی باید به اندازه $\Delta m = 375 - 240 = 135 \text{ g}$ به جرم وزنه قبلی اضافه کنیم. دقت شود چون واحدها یکسان است، در نسبت‌گیری نیازی به تبدیل واحد نیست.

۶۱. گزینه ۳ برای این‌که وضعیت نوسانگر در دو لحظه (یا چند لحظه) الزاماً یکی باشد؛ فاصله زمانی دو لحظه باید الزاماً مضرب صحیحی از دوره نوسان باشد. بنابراین با توجه به این‌که می‌دانیم در هر نوسان کامل دوبار طول پاره‌خط نوسان طی می‌شود دوره را به صورت زیر می‌یابیم:

$$12 \text{ نوسان کامل} = 24 \text{ بار طی کردن پاره‌خط نوسان}$$

بنابراین در گزینه صحیح باید فاصله دو عدد دلخواه گزینه‌ها مضرب صحیحی از ۵ باشد.

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[t=60s]{n=12} T = 5 \text{ s}$$

در گزینه (۱)، فاصله ۶s و ۱۶s برابر ۱۰ ثانیه و فاصله ۱۶s و ۴۲s برابر ۲۶s است. پس این گزینه نادرست است.

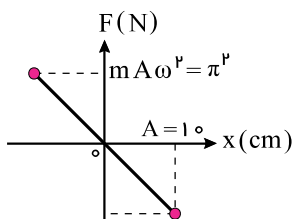
گزینه (۲): فاصله ۳s و ۸s برابر ۵ ثانیه و فاصله ۸s و ۹s برابر ۱s است. این گزینه هم نادرست است.

گزینه (۳): فاصله ۵s و ۲۰s برابر ۱۵ ثانیه و فاصله ۲۰s و ۵۵s برابر ۳۵s است. بنابراین گزینه (۳) پاسخ این تست است.

گزینه (۴): فاصله ۰s و ۷s برابر ۷s و فاصله ۷s و ۱۴s نیز برابر ۷s است و این گزینه هم نادرست است.

۶۲. گزینه ۳

پله اول: نمودار $F - x$ نوسانگر ساده مطابق شکل روبه‌رو است. اگر این شکل را با شکل سؤال تطبیق دهیم ω ، به دست می‌آید:



$$\begin{cases} A = 0.1 \text{ m} \\ mAw^2 = \pi^2 \end{cases} \Rightarrow 0.1 \times 0.1 \times \omega^2 = \pi^2 \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

بنابراین معادله مکان - زمان این است:

$$x = A \cos(\omega t) = 0.1 \cos(10\pi t)$$

۶۳. گزینه ۲ هر حرکت که نمودار مکان - زمان آن سینوسی یا کسینوسی باشد حرکت هماهنگ ساده است. نمودارهای ۲ و ۴ دارای این خاصیت هستند.



$$K_{1max} = K_{2max} \Rightarrow \frac{P_{1max}^2}{2m_1} = \frac{P_{2max}^2}{2m_2} \Rightarrow \left(\frac{P_{2max}}{P_{1max}}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} \xrightarrow{\frac{P_{2max}}{P_{1max}}=2} 4 = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow m_2 = 4m_1$$

از طرف دیگر، با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ و با توجه به این که $K_{1max} = K_{2max}$ است، می توان نوشت:

$$K_{2max} = K_{1max} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2v_{2max}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1max}^2 \xrightarrow{\frac{v_{2max}}{v_{1max}}=A\omega} 4m_1 \times A^2\omega^2 = m_1 \times A_1^2\omega_1^2 \xrightarrow{A_1=A_2} 4\omega^2 = \omega_1^2 \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} 2 \times \frac{2\pi}{T_2} = \frac{2\pi}{T_1} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 2$$

۶۵. گزینه ۱ با توجه به این که مسافت طی شده در هر نوسان کامل ۴ برابر دامنه است، پس طبق صورت سؤال دامنه نوسان 20 cm است، یعنی:

$$4A = 20 \Rightarrow A = 5\text{ cm}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{20}{10}} = \frac{2}{\sqrt{5}}\text{ rad/s}$$

حال معادله حرکت را نوشته و مکان نوسانگر را در لحظه موردنظر می یابیم.

$$x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = 5 \cos\left(\frac{2}{\sqrt{5}}t\right) \xrightarrow{t=\frac{\pi}{10}} x = 5 \cos\left(2 \times \frac{\pi}{10}\right) = 5 \cos \frac{\pi}{5} = 5 \times \frac{1}{2} = 2.5\text{ m}$$

و در نهایت برای تعیین بزرگی شتاب نوسانگر داریم:

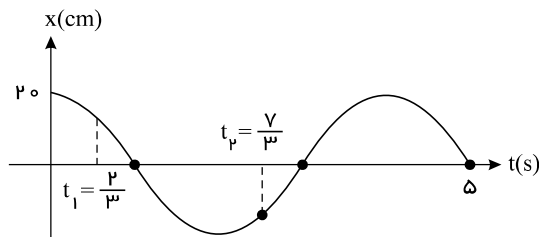
$$a = -\omega^2 x \rightarrow |a| = (2)^2(2.5) \rightarrow |a| = 10\text{ m/s}^2$$

۶۶. گزینه ۱ معادله مکان - زمان نوسانگر را می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta}{T} &= \Delta s \Rightarrow T = 4s \\ A &= 20\text{ cm} \\ x &= A \cos \frac{2\pi}{T}t \end{aligned} \right\} \Rightarrow x(\text{cm}) = 20 \cos \frac{2\pi}{4}t \Rightarrow x(\text{cm}) = 20 \cos \frac{\pi}{2}t$$

حال مکان نوسانگر را در لحظه های t_1 و t_2 به دست می آوریم:

$$x_1(\text{cm}) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{2}{3}\right) = 20 \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x_1 = 10\text{ cm}$$



$$x_2(\text{cm}) = 20 \cos\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{4}{3}\right) = 20 \cos \frac{2\pi}{3} = 20 \times \left(-\cos \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x_2 = -10\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = -10\sqrt{3} - 10 = -10(1 + \sqrt{3})$$

۶۷. گزینه ۲ ابتدا با استفاده از رابطه $x = A \cos \omega t$ معادله مکان - زمان نوسانگر را می نویسیم:

$$A = 0.06\text{ m}, \omega = 2\pi f = 2\pi(0.2) = 0.4\pi\text{ rad/s}$$

$$x = A \cos \omega t = 0.06 \cos(0.4\pi t)$$

هنگام رها شدن جرم از بالای نقطه تعادل، مکان نوسانگر $x = 0.06\text{ m}$ و در $t = 2.5\text{ s}$ با جایگذاری در معادله مکان - زمان به دست می آوریم:

$$x_{2.5\text{ s}} = 0.06 \cos(0.4\pi t) = 0.06 \cos(0.4\pi \times 2.5) = 0.06 \cos \pi = -0.06\text{ m}$$

حال به سراغ رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می رویم، تا سرعت متوسط در بازه $(0, 2.5\text{ s})$ را به دست آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{2.5\text{ s}} - x_0}{2.5 - 0} = \frac{-0.06 - (0.06)}{2.5} = \frac{-0.12}{2.5} = -0.048$$

در صورت تست اندازه سرعت متوسط خواسته شده است؛ که برابر $|v_{av}| = 0.048$ است.

پس گزینه ۲ صحیح است.

روش دوم: با توجه به بسامد که 2 Hz است، دوره نوسان 0.5 s می شود ($T = \frac{1}{f}$)، بنابراین 2.5 ثانیه معادل نصف دوره تناوب است. پس برای این نوسانگر که از $x = +A$ شروع به نوسان

کرده، در مدت $\frac{T}{2}$ به مکان $x = -A$ می رود، یعنی جابه جایی اش $\Delta x = -2A$ است و برای پیدا کردن v_{av} بقیه داستان...

۶۸. گزینه ۱ دوره حرکت، با عکس بسامد برابر است یعنی:

$$f = \frac{1}{T} \rightarrow 200 = \frac{1}{T} \rightarrow T = 0.005$$

۶۹. گزینه ۳ متحرک 30% دامنه حرکت را طی کرده، یعنی در نقطه $x = 0.7A$ است.



مدت زمان رسیدگی متحرک از $x = +A$ به $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ برابر $\frac{T}{8}$ ، یعنی $\frac{1}{8}$ ثانیه است. باقی‌مانده مسیر نیز در مدت $\frac{T}{4} + \frac{T}{8}$ طی می‌شود تا متحرک به $x = -A$ برسد. بنابراین زمان رسیدن به $-A$ برابر $\frac{3}{8}$ ثانیه است.

۷۰. گزینه ۲ در نقطه M نیرو مثبت و در حال افزایش است، سپس مکان منفی و آن هم در حال افزایش است. از طرفی چون در نقطه M ، نیرو، نصف مقدار پیشینه‌اش است، مکان نوسان‌گر نیز نصف مقدار پیشینه‌اش خواهد بود. یعنی:

$$\left| \frac{F}{F_{max}} \right| = \left| \frac{x}{A} \right| \xrightarrow{F = \frac{1}{2} F_{max}} |x| = \frac{1}{2} A \xrightarrow{x < 0} x = -\frac{1}{2} A$$

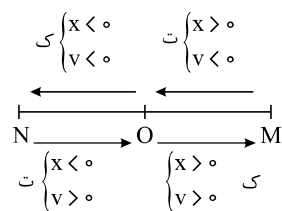
حال اگر در لحظه $t = 1$ معادله حرکت نوسانگر را بنویسیم (تا بسامد زاویه‌ای را بیابیم) داریم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{t=1s} -\frac{1}{2} A = A \cos \omega \rightarrow \cos \omega = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{3} \text{ rad/s}$$

حال برای نیروی پیشینه داریم:

$$F_{max} = kA = m\omega^2 A \rightarrow 8 = \left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 A \rightarrow A = 1m$$

۷۱. گزینه ۲ گزاره الف درست است. زیرا:



گزاره ب) غلط است. زیرا در نقاط M و N جهت سرعت عوض می‌شود که در نقطه M شتاب در خلاف جهت مثبت محور x هاست و در نقطه N شتاب در جهت مثبت محور x هاست.

گزاره پ) غلط است. نوسانگر در هر $\frac{T}{4}$ ، به میزان یک دامنه (A) مسافت طی می‌کند $\Leftarrow$ در مدت $3.75T$ ، $1.5A$ طی می‌کند. زیرا:

$$3.75T = 3T + \frac{3}{4}T = 12\left(\frac{T}{4}\right) + 3\left(\frac{T}{4}\right) = 15\left(\frac{T}{4}\right)$$

گزاره ت) صحیح است. در مدت $1.25T$ یعنی همان $\left(\frac{5}{4}T\right)$ نوسانگر یک دور + یک چهارم دور را طی کرده است. بنابراین در لحظه $1.25T$ در نقطه O قرار دارد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \ell = \Delta A \\ \Delta x = -A \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_{av} = \frac{\Delta A}{\Delta t} \\ |V_{av}| = \frac{A}{\Delta t} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{av} = \Delta |V_{av}|$$

۷۲. گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} A\omega \\ v_{max} = 2\pi \\ x_{max} = A = 10cm = 0.1m \end{array} \right\} \rightarrow 0.1\omega = 2\pi \rightarrow \omega = 20\pi \text{ Rad/s}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = -\omega^2 x = -400\pi^2 (-2 \times 10^{-2}) = 8\pi^2 \\ a_{max} = v_{max} \cdot \omega = 2\pi \times 20\pi = 40\pi^2 \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{1}{5} a_{max}$$

۷۳. گزینه ۲ گام اول: دقت کنیم برای یافتن تندی متوسط به مسافت احتیاج داریم نه جابه‌جایی.

$$x = 0.2 \cos \frac{\pi}{2} t$$

در این تیپ سؤالات بهتر است ابتدا رابطه بازه زمانی داده شده را با دوره تناوب نوسانگر ببایم.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4s$$

$$\Delta t = \frac{25}{12}s - \frac{1}{12}s = \frac{24}{12} = 2s \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{2}$$

گام دوم: در مدت $\frac{T}{2}$ نوسانگر مسافت $2A$ را طی می‌کند:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{2A}{\frac{T}{2}} = \frac{2(0.2)(m)}{2s} = 0.2 \frac{m}{s} = 2 \frac{cm}{s}$$

۷۴. گزینه ۳ برای پیدا کردن بزرگی شتاب نوسانگر، باید مکان و بسامد زاویه‌ای آن را بدانیم، یعنی:

$$a = -\omega^2 x \rightarrow |a| = \omega^2 x$$

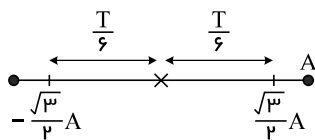
اما برای تعیین بسامد زاویه‌ای، ابتدا دوره نوسان را محاسبه می‌کنیم. وقتی نوسانگر ۲۴۰ بار طول پاره خط را می‌پیماید، یعنی ۱۲۰ نوسان انجام داده، بنابراین داریم:

$$T \frac{9}{11} = \frac{t}{N} = \frac{60}{110} = 0.5s$$

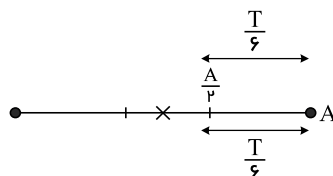


۷۵. گزینه ۲

طبق پاره خط نوسان، بیشترین مسافت در حوالی نقطه تعادل و کمترین مسافت در حوالی دامنه رخ می دهد.

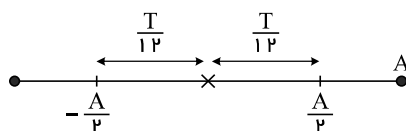


$$\Rightarrow L_{max} = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A\right) = \sqrt{3}A$$

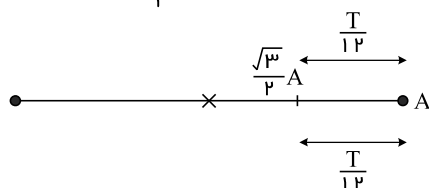
در نتیجه برای محاسبه α خواهیم داشت:

$$\Rightarrow L_{min} = 2\left(\frac{A}{2}\right) = A$$

$$\alpha = \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{\sqrt{3}A}{A} = \sqrt{3}$$

اکنون به بررسی β می پردازیم:

$$\Rightarrow L_{max} = 2\left(\frac{A}{2}\right) = A$$



$$\Rightarrow L_{min} = 2\left(A - \frac{\sqrt{3}}{2}A\right) = (2 - \sqrt{3})A$$

$$\beta = \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{1}{(2 - \sqrt{3})}$$

در پایان خواهیم داشت:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{1}{2 - \sqrt{3}}} = 2\sqrt{3} - 3$$

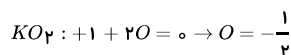
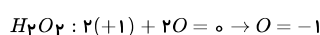
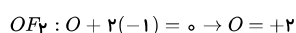
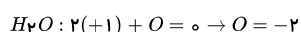
۷۶. گزینه ۳

جهت حرکت الکترون ها در مدار بیرونی (سیم) از آند به سمت کاتد است و الکترون ها در محلول جریان پیدا نمی کنند.

۷۷. گزینه ۳

$$E_{\text{سلول}} = E_{\text{کاتد}}^{\circ} - E_{\text{آند}}^{\circ} = (-0.44) - (-2.37) = +1.93V$$

۷۸. گزینه ۱



(۱) عدد اکسایش اکسیژن در اغلب ترکیب های آن، از جمله در مولکول آب برابر ۲- است.

(۲) عدد اکسایش اکسیژن در اکسیژن دی فلوئورید (OF_2) برابر ۲+ است.(۳) عدد اکسایش اکسیژن در پراکسیدها مانند هیدروژن پراکسید (H_2O_2) برابر ۱- است.(۴) میانگین عدد اکسایش اکسیژن در سوپراکسیدها مانند پتاسیم سوپراکسید (KO_2) برابر $-\frac{1}{2}$ است

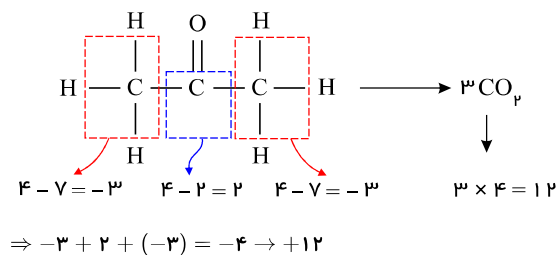
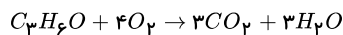
۷۹. گزینه ۴ E° مربوط به M عددی مثبت است؛ بنابراین در سری E° پایین تر از هیدروژن قرار دارد و M کاهنده ضعیف تری نسبت به گاز هیدروژن است و یا کاتیون فلز M نسبت به H^+ اکسندتر است.

۸۰. گزینه ۴ بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱) در نیم واکنش کاهش، الکترون در سمت چپ معادله قرار دارد.

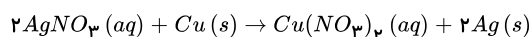


۸۳. گزینه ۳



تغییر عدد اکسایش تمام کربن‌ها، ۱۶ واحد است.

۸۴. گزینه ۱



$$?mol Cu(NO_3)_2 = 0.1mol \cdot L^{-1} \times \frac{200}{1000}L = 0.02mol$$

$$\overline{R} = \overline{R}(Cu(NO_3)_2) \Rightarrow 15 \times 10^{-3} = \frac{0.02 - 0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{2 \times 10^{-2}}{15 \times 10^{-3}} = \frac{4}{3}min$$

$$\frac{4}{3}min \times 60s = \frac{240}{3} = 80s$$

$$0.02mol \quad xg$$

$$Cu(NO_3)_2 \sim Cu \Rightarrow \frac{0.02}{1} = \frac{x}{64} \Rightarrow x = 1.28g$$

$$1 \quad 64$$

$$0.02mol \quad xg$$

$$Cu(NO_3)_2 \sim 2Ag \Rightarrow \frac{0.02}{1} = \frac{x}{2 \times 108} \Rightarrow x = 4.32g$$

$$1 \quad 2 \times 108$$

مقدار جرم نقره، که بر روی تیغه Cu رسوب می‌کند و اضافه می‌شود.

$$\text{تغییر جرم تیغه} = 4.32 - 1.28 = 3.04g$$

مقدار تغییر جرم تیغه مس را به روش زیر نیز می‌توان محاسبه کرد:

به ازای مصرف یک مول مس (۶۴g)، دو مول نقره (۲۱۶g) روی تیغه مس می‌نشیند؛ بنابراین تغییر جرم طبق استوکیومتری واکنش برابر (۲۱۶ - ۶۴ = ۱۵۲g) خواهد بود.

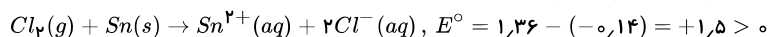
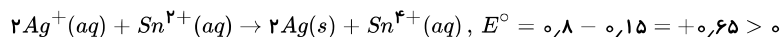
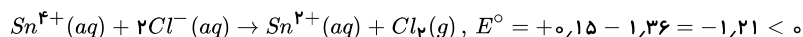
$$200 \times 0.1M \quad x(\text{اختلاف جرم})$$

$$Cu(NO_3)_2 \sim 2Ag \Rightarrow \frac{200 \times 0.1}{1 \times 100} = \frac{x}{152} \Rightarrow x = 3.04g$$

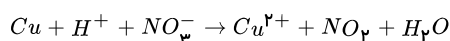
$$1 \times 1000 \quad -64 + 216 = 152$$

۸۵. گزینه ۴ واکنش موجود در گزینه «۱» انجام نمی‌شود زیرا هر دو واکنش‌دهنده، نقش کاتد را ایفا می‌کنند و تمایل به گرفتن الکترون دارند.

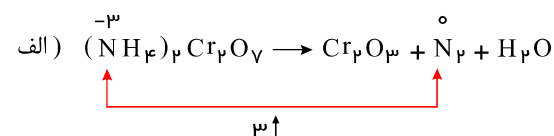
بررسی سایر گزینه‌ها:

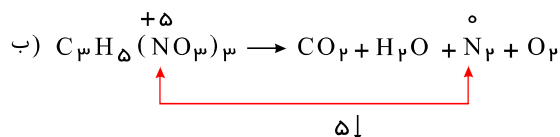


۸۶. گزینه ۳

اما NO_3^{-} نقش اکسنده دارد چون عدد اکسایش نیتروژن آن کاهش یافته است.

۸۷. گزینه ۲





۸۸. گزینه ۲ در این واکنش اکسیژن دچار کاهش می شود و از حالت گاز به جامد تبدیل می شود. فلز منیزیم نیز کاهنده است و دچار اکسایش می شود.

۸۹. گزینه ۲ عدد اکسایش Cl در Cl_2 از صفر به -1 در HCl و به $+1$ در $HClO$ تغییر کرده است. در دیگر گزینه ها هیچ گونه تغییر عدد اکسایشی رخ نداده است. توجه: اگر در واکنشی حداقل یک عنصر به حالت آزاد وجود داشته باشد، از نوع اکسایش - کاهش است.

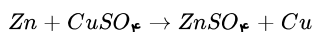
۹۰. گزینه ۲ واکنش انجام نمی شود $Cu(s) + Al^{3+}(aq) \rightarrow$ به طور کلی می توان گفت $E^\ominus$ ظرف، باید بالاتر یا مثبت تر از $E^\ominus$ عناصر موجود در محلول باشد تا با هم واکنش ندهند.

۹۱. گزینه ۲ باتوجه به واکنش اول نتیجه می گیریم که در سری الکتروشیمیایی A پایین تر از C قرار دارد و در واکنش دوم $E^\ominus$ منفی است. پس C پایین تر از B قرار دارد. در واکنش سوم هم C پایین تر از H_2 قرار دارد. اما نمی توانیم بگوییم که B بالاتر از H_2 قرار دارد یا پایین تر. در نتیجه دو حالت پیش می آید.

حالت دوم حالت اول

H_2	B	
B	H_2	ترتیب کاهندگی: $A > C > B$
C	C	ترتیب اکسندگی: $B^{2+} > C^{2+} > A^{2+}$
A	A	

۹۲. گزینه ۱



$$\begin{aligned} \text{مصرفی } 3,2gCu \times \frac{1molCu}{64gCu} \times \frac{1molCu^{2+}}{1molCu} &= 0,05molCu^{2+} \\ 100mL \times \frac{2molCuSO_4}{1000mL} \times \frac{1molCu^{2+}}{1molCuSO_4} &= 0,2molCu^{2+} \\ 0,2 - 0,05 &= 0,15molCu^{2+} \text{ باقی مانده} \end{aligned}$$

برای محاسبه تعداد مول تولید شده Zn^{2+} باید از تعداد مول مصرفی Cu^{2+} استفاده کنیم:

$$0,05molCu^{2+} \times \frac{1molZn^{2+}}{1molCu^{2+}} = 0,05molZn^{2+} \text{ تولید شده}$$

$$\frac{[Cu^{2+}]}{[Zn^{2+}]} = \frac{n_{Cu^{2+}}}{n_{Zn^{2+}}} = \frac{0,15}{0,05} = 3$$

۹۳. گزینه ۱ پ: جریان الکترون ها در مدار بیرونی و جریان پروتون ها در غشاء یکسان بوده و از آن بد به سوی کاتد است.

۹۴. گزینه ۱ با تقسیم بار الکتریکی مبادله شده بر بار الکترون می توان تعداد الکترون مبادله شده را به دست آورد:

$$\begin{aligned} \text{تعداد الکترون} &= \frac{\text{بار الکتریکی مبادله شده}}{\text{بار الکترون}} = \frac{19264}{1,6 \times 10^{-19}} = 1,204 \times 10^{23} e^- \\ ?gCu &= 1,204 \times 10^{23} e^- \times \frac{1mol e^-}{6,02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1molCu}{2mol e^-} \times \frac{64gCu}{1molCu} = 6,4gCu \\ ?gAg &= 1,204 \times 10^{23} e^- \times \frac{1mol e^-}{6,02 \times 10^{23} e^-} \times \frac{1molAg}{1mol e^-} \times \frac{108gAg}{1molAg} = 21,6gAg \\ \text{تغییر جرم} &\Rightarrow 21,6 - 6,4 = 15,2g \end{aligned}$$

۹۵. گزینه ۳ رسانایی الکتریکی یک خاصیت فیزیکی است و برای مقایسه واکنش پذیری قابل استفاده نیست. از بقیه موارد می توان برای مقایسه واکنش پذیری فلزها استفاده کرد.

۹۶. گزینه ۴ همه عبارت های داده شده نادرست اند.

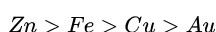
مورد اول: سلول های سوختی منجر به تولید انرژی می شوند.

مورد دوم: برق کافت و آبکاری به منظور تولید مواد به کار برده می شوند.

مورد سوم: با قرار دادن دو تیغه غیرهمجنس (روی و مس) درون لیمو می توان یک لامپ LED را روشن نمود.

مورد چهارم: باتری مولدی است که در آن بخشی از انرژی شیمیایی به انرژی الکتریکی تبدیل می شود.

۹۷. گزینه ۱ هر چه فلز کاهنده تر باشد، واکنش با گرمای بیشتری آزاد می کند و تغییر دما نیز بیشتر است و از سوی دیگر فلز طلا با محلول مس (II) سولفات واکنش نمی دهد پس قدرت کاهندگی طلا از مس کمتر است؛ پس ترتیب قدرت کاهندگی به صورت زیر است:



۹۸. گزینه ۴ در این گونه از سوالات ما فقط با کوچک ترین (منفی ترین) $E^\ominus$ و بزرگ ترین (مثبت ترین) $E^\ominus$ کار داریم. یعنی $E^\ominus$ های زیر:



$$E^{\circ}(\underbrace{Ag^{+}}_{\text{گونه‌هاي اکسنده}} / \underbrace{Ag}_{\text{گونه‌هاي کاهنده}}) = 0,80V$$

$$E^{\circ}(\underbrace{Al^{3+}}_{\text{گونه‌هاي اکسنده}} / \underbrace{Al}_{\text{گونه‌هاي کاهنده}}) = -1,66V$$

نکته:

- هر چه مقدار E° مثبت‌تر:
- گونهٔ سمت چپ، اکسندهٔ قوی‌تر
- گونهٔ سمت راست، کاهندهٔ ضعیف‌تر
- هر چه مقدار E° منفی‌تر:
- گونهٔ سمت چپ، اکسندهٔ ضعیف‌تر
- گونهٔ سمت راست، کاهندهٔ قوی‌تر

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: ضعیف‌ترین اکسنده: Al^{3+}

گزینهٔ «۲»: قوی‌ترین کاهنده: Al

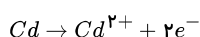
گزینهٔ «۳»: قوی‌ترین اکسنده: Ag^{+}

گزینهٔ «۴»: ضعیف‌ترین کاهنده: Ag

۹۹. گزینه ۳ عبارت‌های (آ)، (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت (آ): نیم‌سلول کادمیم دارای $E^{\circ} < 0$ است، پس آند است و نیم‌واکنش اکسایش در آن انجام می‌شود:



در سلول‌های گالوانی، آنیون‌ها به سمت آند و کاتیون‌ها به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

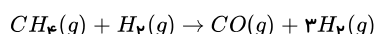
عبارت (ب):

$$?LH_p = 5,6gCd \times \frac{1molCd}{112gCd} \times \frac{1molH_p}{1molCd} \times \frac{22,4LH_p}{1molH_p} = 1,12LH_p$$

عبارت (پ): H^{+} دارای E° بزرگ‌تری نسبت به Cd^{2+} است، پس اکسندهٔ قوی‌تری می‌باشد.

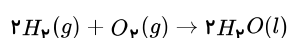
عبارت (ت): لیتیم در میان فلزها دارای کمترین E° بوده و به همین دلیل کاهندهٔ قوی محسوب می‌شود، پس emf سلول حاصل نیز بیشتر خواهد شد.

۱۰۰. گزینه ۴ ابتدا باید حساب کنیم چند کیلوگرم $H_p(g)$ از واکنش روبه‌رو به دست می‌آید:



$$\left[\frac{(CH_4)}{(g) \text{ گرم}} \times \frac{R}{100} \right] = \left[\frac{(H_p)}{(g) \text{ گرم}} \right] \Rightarrow \frac{30 \times 10^3 \times \frac{64}{100}}{1 \times 16} = \frac{x}{3 \times 2} \Rightarrow x = \frac{6 \times 30 \times \cancel{64} \times 10}{\cancel{16}} = 7200gH_p$$

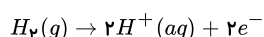
واکنش کلی در سلول سوختی هیدروژن به صورت روبه‌رو است:



پس برای محاسبه اکسیژن مصرف‌شده می‌توان نوشت:

$$\left[\frac{(H_p)}{(g) \text{ گرم}} \right] = \left[\frac{(O_p)}{(g) \text{ گرم}} \right] \Rightarrow \frac{7200}{2 \times 2} = \frac{x}{1 \times 32} \Rightarrow x = \frac{\cancel{32} \times 7200}{\cancel{2}} = 57600g = 57,6kgO_p$$

و برای قسمت پایانی هم می‌توان نوشت:



$$7200gH_p \times \frac{1molH_p}{2gH_p} \times \frac{2molH^{+}}{1molH_p} = 7200molH^{+}$$

۱۰۱. گزینه ۴ اگر SHE را به نیم‌سلول نقره متصل کنیم، چون E° مربوط به نقره مثبت‌تر از SHE است، SHE نقش آند را داشته و گاز هیدروژن به یون‌های H^{+} تبدیل می‌شود، ولی جرم تیغهٔ آند تغییری نخواهد کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

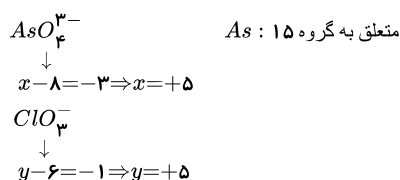
گزینهٔ «۱»: در اتصال SHE به نیم‌سلول مس، SHE نقش آند را داشته و گاز H_p در آن مصرف می‌شود.

گزینهٔ «۲»: در اتصال SHE به نیم‌سلول آهن، فلز آهن در آند به یون Fe^{2+} اکسید شده و غلظت Fe^{2+} در نیم‌سلول آندی افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: در اتصال SHE به نیم‌سلول آلومینیم، SHE نقش کاتد و نیم‌سلول آلومینیوم نقش آند دارد. در نتیجه شاهد کاهش جرم تیغهٔ آندی هستیم، ولی تغییری در جرم تیغهٔ کاتدی روی نمی‌دهد.



۱۰۲. گزینه ۴



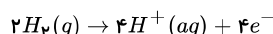
۱۰۳. گزینه ۱ عبارت‌های (آ) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

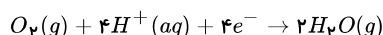
(ب) در غشای سلول سوختی یون هیدرونیوم از آند به سمت کاتد جابه‌جا می‌شود.

(پ) در سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن که رایج‌ترین سلول سوختی است، هیدروژن با گاز اکسیژن به صورت کنترل‌شده واکنش داده و بخش قابل توجهی از انرژی شیمیایی و نه همه آن به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود و بازده این سلول ۱۰۰٪ نیست.

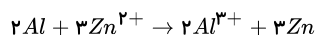
(ث) نیم‌واکنش آندی:



نیم‌واکنش کاتدی:



واکنش کلی سلول سوختی هیدروژن - اکسیژن به صورت: $O_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow 2H_2O(g)$ است. به ازای اکسایش ۲ مول گاز هیدروژن در آند و کاهش ۱ مول گاز اکسیژن در کاتد، ۴ مول الکترون مبادله می‌شود.

۱۰۴. گزینه ۲ ابتدا جرم تیغه‌ای که کاهش می‌یابد (Al) را حساب کرده، بعد جرم روی که افزایش می‌یابد را به دست می‌آوریم.

$$\text{جرم مصرفی } Al = \frac{3}{6} \times 10^3 e \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} e} \times \frac{2 \text{ mol } Al}{6 \text{ mole}} \times \frac{27 \text{ g } Al}{1 \text{ mol } Al} = 4.5 \text{ g } Al$$

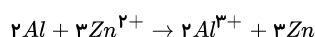
$$\text{جرم تولیدی } Zn = \frac{3}{6} \times 10^3 e \times \frac{1 \text{ mole}}{6.02 \times 10^{23} e} \times \frac{3 \text{ mol } Zn}{6 \text{ mole}} \times \frac{65 \text{ g } Zn}{1 \text{ mol } Zn} = 16.25 \text{ g } Zn$$

$$\frac{3}{4} Zn - \text{تولیدی بر روی } Al \text{ می‌نشیند:}$$

$$16.25 \text{ g } Zn \times \frac{3}{4} = 12.18 \text{ g}$$

چون به اندازه ۴٫۵ گرم از جرم تیغه Al کم می‌شود و از طرفی ۱۲٫۱۸ گرم روی بر آن می‌نشیند، پس در مجموع جرم تیغه به اندازه 7.68 g افزایش می‌یابد.

۱۰۵. گزینه ۳ چون قدرت کاهندگی $Al > Zn$ است، بنابراین Al اکسید می‌شود و غلظت یون Al^{3+} در محلول افزایش می‌یابد و چون Zn^{2+} اکسند است، غلظت یون Zn^{2+} در محلول کاهش می‌یابد.



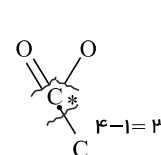
۱۰۶. گزینه ۳ برای محاسبه عدد اکسایش اتم‌ها می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

(تعداد الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی که به اتم می‌رسد) - (تعداد الکترون‌های ظرفیتی اتم) = عدد اکسایش

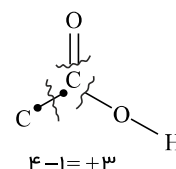
و برای محاسبه تعداد الکترون‌های پیوندی که به اتم می‌رسد، از خاصیت نافلزی استفاده می‌کنیم. هرچه خاصیت نافلزی بین دو اتم بیشتر باشد، الکترون‌های پیوندی را به سمت خود می‌کشد و اگر اتم‌های یک پیوند یکسان باشد، نظیر $C \bullet - \bullet C$ ، به هر کدام یک الکترون می‌رسد.

گزینه «۲»:

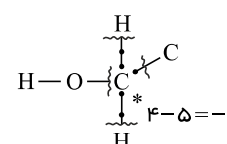
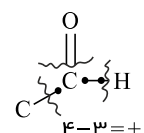
گزینه «۱»:



گزینه «۴»:

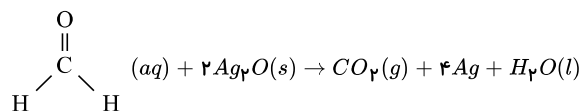


گزینه «۳»:



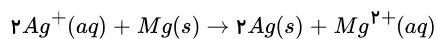


۱۰۷. گزینه ۱ عدد اکسایش کربن در CH_3O برابر صفر است و عدد اکسایش کربن در CO_2 برابر ۴ می باشد؛ بنابراین تغییر عدد اکسایش اتم کربن برابر $4 - 0 = 4$ است.



$$\frac{45g H_2O}{30g} = \frac{xg Ag}{4 \times 108} \Rightarrow x = 648g Ag$$

۱۰۸. گزینه ۴ در سلول گالوانی، تیغه ای که $E^\ominus$ کمتر (منفی تر) داشته باشد، آند است؛ بنابراین در این جا Mg آند و نقره کاتد است:



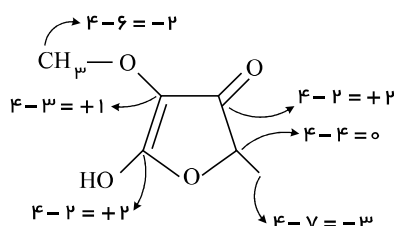
$$1,9008g \times \frac{1mol Mg}{24g Mg} \times \frac{2mol Ag}{1mol Mg} \times \frac{108g Ag}{1mol Ag} \times \frac{11}{100} = 1,9008g$$

در مدت ۱۵ ثانیه:

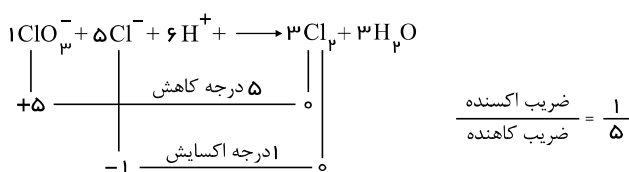
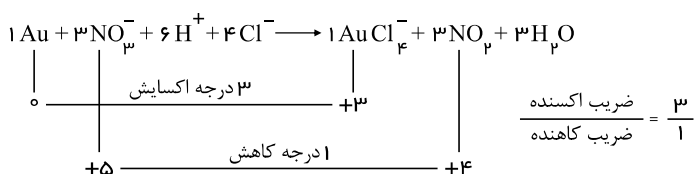
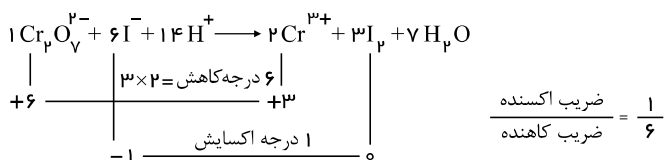
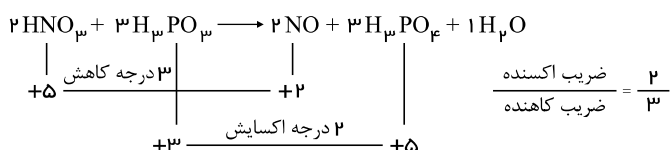
$$1,9008 \frac{g}{s} \times (15)s = 28,512g$$

۱۰۹. گزینه ۳

اعداد اکسایش همه اتم های کربن، در شکل نشان داده شده است که ۵ نوع متفاوت هستند.



۱۱۰. گزینه ۳



۱۱۱. گزینه ۴ مقدار تابع در $x = 3$ برابر صفر است بنابراین باید کسر $\frac{x^2 - x + b}{x - a}$ به ازای $x = 3$ صفر گردد.

$$x = 3 \rightarrow \frac{9 - 3 + b}{3 - a} = 0 \rightarrow 6 + b = 0 \rightarrow b = -6$$

چون تابع همواره پیوسته است پس باید در $x = a$ نیز پیوسته باشد. از طرفی چون $f(a) = -5$ و $f(3) = 0$ است پس $a \neq 3$ است.



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - x - 6}{x - a} = \frac{0}{0} \rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{ق.ق. } a = -2 \\ \text{غ.ق. } a = 3 \end{cases}$$

توجه کنید که چون مقدار کسر تابع به ازای $x = a$ صفر است ولی مقدار حد تابع برابر ۵- است پس مقدار صورت تابع نیز صفر است.

پس $a + b = -8$ است.

۱۱۲. گزینه ۴ برای یافتن باقی‌مانده $(x^2 + 2)f(x)$ بر $x + 1$ داریم:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = f((-1)^2 + 2) = f(3) = 0$$

$$2x + 1 = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ و } f(2x + 1) = 3x^2 + 7x + m \Rightarrow f(3) = 3 + 7 + m = 0 \Rightarrow m = -10$$

۱۱۳. گزینه ۲

$$\begin{cases} x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+ : x > -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x} < -3 \Rightarrow \frac{2}{x} < -6 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} [\frac{2}{x}] = [(-6)^-] = -7 \\ x \rightarrow (-\frac{1}{3})^- : x < -\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x} > -3 \Rightarrow \frac{4}{x} > -12 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^-} [\frac{4}{x}] = [(-12)^+] = -12 \end{cases} \Rightarrow A = -7 - (-12) = 5$$

۱۱۴. گزینه ۱

$$\text{با فرض پیوسته بودن } f(x) = \begin{cases} [-x] & , x < -2 \\ |x - \frac{1}{a}| & , x \geq -2 \end{cases} \text{ در } x = -2 \text{ داریم:}$$

$$f(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} |x - \frac{1}{a}| = \left| -2 - \frac{1}{a} \right| = \frac{|f| = |-f|}{|2 + \frac{1}{a}|}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} [-x] = [-(-2)^-] = [2^+] = 2$$

$$\text{شرط پیوستگی: } f(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) \Rightarrow |2 + \frac{1}{a}| = 2 \Rightarrow 2 + \frac{1}{a} = \pm 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 + \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow \frac{1}{a} = 0 \text{ امکان ندارد: } \\ 2 + \frac{1}{a} = -2 \Rightarrow \frac{1}{a} = -4 \Rightarrow \frac{-1}{4} = a \end{cases}$$

$$f(a) = f(-\frac{1}{4}) = | -\frac{1}{4} + 4 | = \frac{15}{4}$$

۱۱۵. گزینه ۱ خارج قسمت تقسیم $f(x)$ بر $x + 1$ را $q(x)$ در نظر می‌گیریم و ابتدا باقی‌مانده $f(x)$ بر $x + 1$ می‌یابیم.

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = f(-1) = 1 - 5 - 3 - 2 = -9$$

حال رابطه تقسیم را می‌نویسیم:

$$f(x) = x^4 + 5x^3 + 3x - 2 = (x + 1)q(x) - 9 \quad (1)$$

برای یافتن باقی‌مانده $q(x)$ بر $x - 1$ داریم:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = q(1)$$

$$x = 1 \xrightarrow{(1)} 1 + 5 + 3 - 2 = 2q(1) - 9 \Rightarrow 2q(1) - 9 = 7 \Rightarrow q(1) = 8$$

$$x - 1 \text{ بر } q(x) \text{ باقی‌مانده تقسیم } q(1) = 8$$

۱۱۶. گزینه ۱ به بررسی ۴ گزینه می‌پردازیم.

$$\text{گزینه‌ی اول: } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$$

گزینه دوم: حد چپ تابع در $x = 1$ وجود ندارد پس تابع در این نقطه حد ندارد.

$$\text{گزینه‌ی سوم: } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$$

$$\text{گزینه‌ی چهارم: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$$

بنابراین فقط گزینه‌ی اول، صحیح نیست.

۱۱۷. گزینه ۴

باید دامنه تابع را بیابیم.

$$f(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$$

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1, \text{ مخرج } \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

تابع در همسایگی محذوف $x = 0$ تعریف شده است $\Rightarrow Df = [-1, 1] - \{0\}$

۱۱۸. گزینه ۲ با توجه به اینکه حاصل حد برابر صفر شده است، پس باید عبارت داخل جزء صحیح به 0^+ میل کند.



$$\lim_{x \rightarrow 2} [ax^3 - 3ax^2 + 4a] = \lim_{x \rightarrow 2} [a(x^3 - 3x^2 + 4)] = \lim_{x \rightarrow 2} [a(x-2)^2(x+1)] = [a \times 0^+ \times 3] = 0$$

بدیهی است که به ازای $a \geq 0$ ، حاصل جزء صحیح برابر صفر خواهد شد. توجه شود که برای تجزیه عبارت $x^3 - 3x^2 + 4$ به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\begin{aligned} x^3 - 3x^2 + 4 &= x^3 + 1 - 3x^2 + 3 = (x+1)(x^2 - x + 1) - 3(x^2 - 1) = (x+1)(x^2 - x + 1) - 3(x-1)(x+1) \\ &= (x+1)(x^2 - x + 1 - 3x + 3) = (x+1)(x^2 - 4x + 4) = (x+1)(x-2)^2 \end{aligned}$$

۱۱۹. گزینه ۳

تابع $[u] + [-u]$ در هر نقطه حقیقی دارای حدی برابر ۱- می باشد، لذا:

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}} f(x) = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} f(x) - \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}} f(x) = 0$$

۱۲۰. گزینه ۲ چندجمله ای $p(x)$ بر $x^2 - 1$ یا همان $(x+1)(x-1)$ بخش پذیر است بنابراین $p(1) = p(-1) = 0$ است. اکنون برای محاسبه باقی مانده $Q(x)$ بر $x-2$ کافی است که $Q(2)$ را حساب کنیم.

$$Q(x) = p(x-1) + p(1-x) \rightarrow Q(2) = p(1) + p(-1) = 0 + 0 = 0$$

۱۲۱. گزینه ۳ برای یافتن باقی مانده باید ریشه مقسوم علیه را در مقسوم قرار دهیم.

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow f(-1)=8 \Rightarrow 2-m+2=8 \Rightarrow m=-4$$

$$f(x)=2x^2-4x+2, \quad x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1)=2-4+2=0$$

۱۲۲. گزینه ۴

$$x=1 \text{ بررسی پیوستگی در } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{[x]} = \frac{1}{[1^+]} = \frac{1}{1} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{[x]} = \frac{1}{[1^-]} = \frac{1}{0} \text{ مطلقاً تعریف نشده} \\ f(1) = \frac{1}{[1]} = \frac{1}{1} = 1 \end{cases}$$

چون حد چپ تابع در $x=1$ تعریف نشده است پس تابع در این نقطه ناپیوسته است.

$$x=2 \text{ بررسی پیوستگی در } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{[x]} = \frac{2}{[2^+]} = \frac{2}{2} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{[x]} = \frac{2}{[2^-]} = \frac{2}{1} = 2 \\ f(2) = \frac{2}{[2]} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

چون تابع در $x=2$ حد ندارد پس ناپیوسته است.

۱۲۳. گزینه ۲ فرض می کنیم تابع f در نقطه $x=n$ ($n \in \mathbb{Z}$) پیوسته باشد. در این صورت باید حد چپ و حد راست و مقدار تابع در نقطه $x=n$ با هم برابر باشند و بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow n^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow n^+} \frac{[x]+1}{[x]^2+1} = \frac{[n^+]+1}{[n^+]^2+1} = \frac{n+1}{n^2+1} = f(n) = \frac{n+1}{n^2+1} \\ \lim_{x \rightarrow n^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow n^-} \frac{[x]+1}{[x]^2+1} = \frac{[n^-]+1}{[n^-]^2+1} = \frac{n-1+1}{(n-1)^2+1} = \frac{n}{n^2-2n+2} \Rightarrow \frac{n+1}{n^2+1} = \frac{n}{n^2-2n+2} \\ &\Rightarrow n^3+n=n^3-2n^2+2n+n^2-2n+2 \Rightarrow n^2+n-2=0 \Rightarrow (n+2)(n-1)=0 \Rightarrow n=-2, n=1 \end{aligned}$$

پس تابع f در دو نقطه از اعداد صحیح پیوسته است.

۱۲۴. گزینه ۲

$$x^4 + 2x^3 - x^2 + ax + b = (x+3) \underbrace{(x^3 - x^2 + 2x + a - 6)}_{Q(x)}$$

$$P_{(-3)} = 0 \rightarrow b = 3a - 18$$

$$Q_{(-3)} = 0 \rightarrow \boxed{a=48} \rightarrow \boxed{b=126} \rightarrow \boxed{b-2a=30}$$

۱۲۵. گزینه ۳ نقاط ناپیوستگی تابع $[\sqrt{x}]$ عبارت است از:

$$\sqrt{x}=k \Rightarrow x=k^2 \Rightarrow x=4, 9, 16, 25$$

اما دقت کنید که تابع $\sqrt{x}$ در همسایگی $x=4$ صعودی اکید است؛ پس در این نقطه پیوستگی راست دارد؛ بنابراین، در بازه $[4, 27]$ جزء نقاط ناپیوستگی محسوب نمی شود.

نقاط ناپیوستگی تابع $\left[\frac{x}{3}\right]$ را می یابیم:

$$\frac{x}{3}=k \Rightarrow x=3k \Rightarrow x=6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27$$

دقت کنید که تابع در این نقاط فقط از راست پیوسته است، پس در $x=27$ نیز پیوستگی چپ ندارد.

تابع در نقاط ناپیوستگی غیر مشترک، حتماً ناپیوسته است؛ چون مجموع یک تابع پیوسته و یک تابع ناپیوسته، تابعی ناپیوسته است، پیوستگی تابع را در نقطه های ناپیوستگی مشترک، $x=9$ بررسی می کنیم:



$$y(9) = 3 - 3 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 9^+} y = [3^+] - [3^+] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 9^-} y = [3^-] - [3^-] = 0$$

پس تابع در $x = 9$ پیوسته و در نقاط زیر ناپیوسته است:

$$x = 6, 12, 15, 16, 18, 21, 24, 25, 27$$

نکته: اگر f و g هر دو صعودی اکید یا هر دو نزولی اکید و هر دو در $x = a$ ناپیوسته باشند، تابع $[g] - [f]$ در a پیوسته است.

۱۲۶. گزینه ۳

دقت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[0^+]}{x} = \frac{0}{0^+} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[0^+]}{x} = \frac{0}{0^-} = 0$$

پس این حد وجود دارد و برابر صفر است.

۱۲۷. گزینه ۲ ابتدا باید عبارت‌های $x - 3$ و $x + 2$ را با توجه به $x \rightarrow 1^+$ و $x \rightarrow 0^+$ تعیین مقدار کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} [-2x] + [3x] & x \geq 2 \text{ یا } x \leq -2 \\ \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor + \left\lceil -\frac{x}{3} \right\rceil + x^2 & -2 < x < 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x + 2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ([-2x] + [3x]) = [(-4)^-] + [6^+] = -5 + 6 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x - 3) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(\left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor + \left\lceil -\frac{x}{3} \right\rceil + x^2 \right) = -1 + (-2)^2 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x + 2) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x - 3) = 1 - 3 = -2$$

۱۲۸. گزینه ۲ می‌دانیم که اگر عددی بر یک عدد بخش‌پذیر باشد بر مقسوم‌علیه‌های آن عدد نیز بخش‌پذیر است. به همین شکل می‌توان گفت اگر عبارتی بر یک عبارت بخش‌پذیر باشد بر مقسوم‌علیه‌های آن عبارت نیز بخش‌پذیر است. حال چون $3x^4 + ax^3 + b$ بر $(x^2 - 1)$ بخش‌پذیر است بر عامل‌های آن یعنی $x - 1$ و $x + 1$ نیز بخش‌پذیر است. پس:

$$P(x) = 3x^4 + ax^3 + b$$

$$\begin{cases} P(1) = 0 \Rightarrow 3 + a + b = 0 \\ P(-1) = 0 \Rightarrow 3 - a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = -3$$

۱۲۹. گزینه ۴ شرط پیوستگی تابع f در $x = a$ آن است که در راست و در چپ و مقدار تابع در $x = a$ موجود و متناهی و با هم برابر باشند.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x + [x]) = 0 + (-1) = -1$$

$$f(0) - [0] + 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{a \overbrace{|x|}^+}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax}{x} = a$$

حد چپ و مقدار تابع هیچ‌گاه با هم برابر نمی‌شوند، بنابراین تابع به ازای هیچ مقداری از a در $x = 0$ پیوسته نیست.

۱۳۰. گزینه ۴ فرض کنید $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f - g)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 - L_2 = 7 \rightarrow L_1 = 7 + L_2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f \times g)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \cdot L_2 = -12$$

بنابراین:

$$(7 + L_2)L_2 = -12 \rightarrow L_2^2 + 7L_2 + 12 = 0 \rightarrow (L_2 + 3)(L_2 + 4) = 0$$

$$\begin{cases} L_2 = -3 \Rightarrow L_1 = 4 \\ L_2 = -4 \Rightarrow L_1 = 7 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f^2 + g^2)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f^2(x) + \lim_{x \rightarrow a} g^2(x) = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^2 + (\lim_{x \rightarrow a} g(x))^2 = L_1^2 + L_2^2 = 16 + 9 = 25$$

۱۳۱. گزینه ۴ هر دو ضابطه، چندجمله‌ای هستند و توابع چندجمله‌ای همه‌جا حد دارند و فقط ممکن است در نقاط مرزی (نقطه‌ی جدا شدن ضابطه‌ها) حد نداشته باشند. با توجه به نامعادلات

$$|x - 2| \leq 1 \text{ و } |x - 2| > 1 \text{ می‌توان نوشت:}$$

$$|x - 2| \leq 1 \rightarrow -1 \leq x - 2 \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

$$|x - 2| > 1 \rightarrow x - 2 > 1 \text{ یا } x - 2 < -1 \rightarrow x > 3 \text{ یا } x < 1$$

بنابراین اگر تابع در $x = 1$ و $x = 3$ حد داشته باشد، روی تمام $\mathbb{R}$ حد دارد.

$$x = 1 \text{ شرط وجود حد در } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \rightarrow a + b + 2 = a - b \rightarrow 2b = -2 \rightarrow b = -1$$



$$x = 3 \text{ شرط وجود حد در } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) \rightarrow 3a - b = 9a + 3b + 2 \rightarrow 6a + 4b = -2 \Rightarrow 6a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$ab = \frac{-1}{3} \text{ در نتیجه}$$

۱۳۲. گزینه ۴ اگر $x \rightarrow 3^+$ ، آنگاه $[x] = 3$ ، از طرف دیگر $-3x \rightarrow -9^-$ ، بنابراین $[-3x] = -10$ پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -10 + 3a$$

اگر $x \rightarrow 3^-$ ، آنگاه $[x] = 2$ ، از طرف دیگر $-3x \rightarrow -9^+$ ، بنابراین $[-3x] = -9$ پس:

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -9 + 2a$$

چون تابع f در نقطه $x = 3$ حد دارد، پس حد چپ و راست آن باید با هم برابر باشند. یعنی:

$$-10 + 3a = -9 + 2a \rightarrow a = 1$$

در نتیجه حد تابع f در نقطه $x = 3$ برابر است با -7 .

۱۳۳. گزینه ۳ باید نقاطی که به ازای آنها داخل براکت عدد صحیح تولید می شود را بیابیم.

$$f(x) = [2x] \quad -1 < x \leq 2 \Rightarrow -2 < 2x \leq 4 \Rightarrow 2x = -1, 0, 1, 2, 3, 4$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2$$

باید پیوستگی چپ $x = 2$ بررسی شود.

$$f(2) = [4] = 4, \quad L^- = \lim_{x \rightarrow 2^-} [2x] = [2(2 - \varepsilon)] = [4 - 2\varepsilon] = 3$$

تابع در $x = 2$ ناپیوسته است.

$$\text{نقاط ناپیوستگی: } \frac{-1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \text{گزینه ۶}$$

۱۳۴. گزینه ۱ حد چپ و راست و مقدار تابع را در $x = 0$ بدست می آوریم. سپس با هم مقایسه می کنیم:

$$f(0) = 0$$

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} [x^2] = [(0 \pm \varepsilon)^2] = [\varepsilon^2] = 0 = f(0) \Rightarrow \text{پیوسته است.}$$

۱۳۵. گزینه ۴ با توجه به دایره مثلثاتی و تعیین مقدار حدودی کسینوس در حوالی نقطه $\frac{\pi}{3}$ خواهیم داشت:

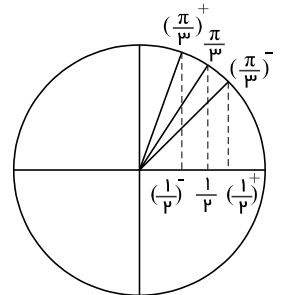
$$x \rightarrow \left(\frac{\pi}{3}\right)^- \Rightarrow \cos x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+$$

$$x \rightarrow \left(\frac{\pi}{3}\right)^+ \Rightarrow \cos x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^-} [-4 \cos x] - \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{3})^+} [2 \cos x]$$

$$= [-4(\frac{1}{2} + \varepsilon)] - [2(\frac{1}{2} - \varepsilon)]$$

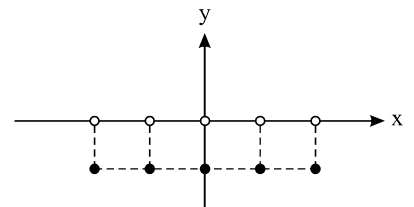
$$= [-2 - 4\varepsilon] - [1 - 2\varepsilon] = -3 - 0 = -3$$



۱۳۶. گزینه ۱ با رسم نمودار تابع داریم:

$$f(x) = \begin{cases} -2 & x \in \mathbb{Z} \\ 0 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} f(x) = 0$$



$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} f(x) = 0 + 0 = 0$$

۱۳۷. گزینه ۳ برای باقیمانده نهایی داریم:

$$R = f(1) = P(P(1)) - 2 \times 1 \times P(1)$$

طبق اطلاعات صورت سؤال $P(1) = 2$ است پس:

$$R = \underbrace{P(2)}_{-6} - 2(2) = -6 - 4 = -10$$

۱۳۸. گزینه ۱ برای پیوستگی باید حد چپ و حد راست و مقدار تابع برابر باشد:



$$\text{حد راست : } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{x^2 - \frac{1}{4}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2})}{2(x - \frac{1}{2})} = \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{x + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{حد چپ : } \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-1}{\sqrt{2x}} \right] + b = \left[\frac{-1}{\sqrt{2(\frac{1}{2})^-}} \right] + b = \left[\frac{-1}{1^-} \right] + b = [(-1)^-] + b = -2 + b$$

در نتیجه:

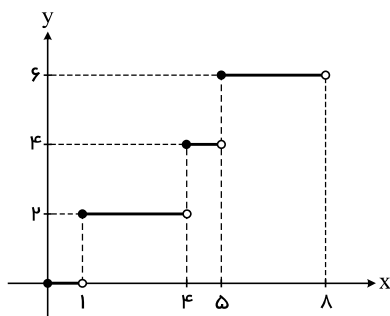
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = a$$

$$a = \frac{1}{2} = -2 + b \rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases} \rightarrow a + b = 3$$

۱۳۹. گزینه ۱ حدهای راست و چپ توابع f و g را در $x = 2$ بررسی می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} (f + g)(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} ([x] + x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - x) = (2 + 2) + (4 - 2) = 6 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} (f + g)(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} ([x] + x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + 1) = (1 + 2) + 2a + 1 = 2a + 4 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (f + g)(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} (f + g)(x) \Rightarrow 6 = 2a + 4 \Rightarrow a = 1 \end{aligned}$$

۱۴۰. گزینه ۴ ابتدا نمودار تابع را رسم می‌کنیم و سپس نقاط ناپیوستگی آن را از بین اعداد صحیح و مثبت مشخص می‌کنیم.

با توجه به نمودار می‌بینیم که چهارمین نقطه ناپیوستگی مثبت $x = 8$ است.



سجاد مختاری